

TÜREV



TÜREV
KAVRAM HARİTASI

Sabit Fonksiyon Türevi:

$$f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0 \text{ dir. } (c \in \mathbb{R})$$

Toplam Şeklindeki Fonksiyonun Türevi:

$$f(x) = h(x) + g(x) \Rightarrow f'(x) = h'(x) + g'(x)$$

Çarpım Şeklindeki Fonksiyonun Türevi:

$$f(x) = h(x) \cdot g(x) \Rightarrow$$

$$f'(x) = h'(x) \cdot g(x) + h(x) \cdot g'(x)$$

Bölüm Şeklindeki Fonksiyonun Türevi:

$$f(x) = \frac{h(x)}{g(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{h'(x) \cdot g(x) - h(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

Parantez Kuvvetli Fonksiyon Türevi:

$$f(x) = (h(x))^n \Rightarrow f'(x) = h'(x) \cdot n \cdot (h(x))^{n-1}$$

Köklü Fonksiyonun Türevi:

$$f(x) = \sqrt[n]{h(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{h'(x)}{n \cdot \sqrt[n]{(h(x))^{n-1}}}$$

Trigonometrik Fonksiyonların Türevi:

$$y = \sin u \Rightarrow y' = u' \cdot \cos u$$

$$y = \cos u \Rightarrow y' = -u' \cdot \sin u$$

$$y = \tan u \Rightarrow y' = u' \cdot (1 + \tan^2 u)$$

$$y = \cot u \Rightarrow y' = -u' \cdot (1 + \cot^2 u)$$

$$y = \arcsin u \Rightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$y = \arccos u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$y = \arctan u \Rightarrow y' = \frac{u'}{1+u^2}$$

$$y = \operatorname{arccot} u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{1+u^2}$$

Logaritmik Fonksiyonların Türevi:

$$y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u} \cdot \log_a e$$

$$y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u}$$

Üstel Fonksiyonların Türevi:

$$y = e^u \Rightarrow y' = u' \cdot e^u$$

$$y = a^u \Rightarrow y' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$$

Mutlak Değerli fonksiyonların Türevi:

$$f(a) \neq 0 \text{ olmak üzere } y = |f(x)| \text{ ise}$$

$$y' = f'(x) = \begin{cases} -f'(x), & f(a) < 0 \text{ ise} \\ f'(x), & f(a) > 0 \text{ ise} \end{cases}$$

Mutlak değer içini sıfır yapan çift katlı köklerde türev vardır.

Kapalı Fonksiyonların Türevi:

$$f(x, y) = a \cdot x^m \cdot y^n + b \cdot x \cdot y + c \cdot x + d \cdot y = 0$$

$$\Rightarrow f'(x, y) = -\frac{x \cdot e \text{ göre türev}}{y \text{ ye göre türev}}$$

Parametrik Fonksiyonların Türevi:

$\frac{dy}{dt}$ demek y fonksiyonunda t ye göre türev almak demektir.

$\frac{dx}{dt}$ demek x fonksiyonunda t ye göre türev almak demektir.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$

$$\frac{d}{dx}(f(x)) = f'(x) \text{ tir}$$

$$y = f(x) \Rightarrow (f^{-1})'(y) = \frac{1}{y'}$$

Bileşke Fonksiyonunun Türevi:

$$y = (f \circ g)(x) = f(g(x)) \Rightarrow y' = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

Türevin Geometrik Yorumu:

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ eğrisine $x = x_0$ noktasında çizilen teğetin eğimi M_T ise $f'(x_0) = M_T$ olur.

$x = x_0$ noktasında teğete çizilen normalin eğimi M_N ise $M_T \cdot M_N = -1$ dir.

Teğetin denklemi : $y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$ dir.

Normalin denklemi: $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$ dir.

Artan - Azalan Fonksiyonlar :

$f(x)$ fonksiyonu (a, b) aralığında artan bir fonksiyon ise $f'(x) > 0$ dir.

$f(x)$ fonksiyonu (a, b) aralığında azalan bir fonksiyon ise $f'(x) < 0$ dir.

TÜREV
KAVRAM HARİTASI

🍏 Yerel Ekstremum Noktaları:

- 🍏 $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ noktasında bir yerel ekstremumu varsa $f'(a) = 0$ olmalıdır.
- 🍏 $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ ve $x = b$ noktalarında yerel ekstremumu varsa $f'(a) = 0$ ve $f'(b) = 0$ olmalıdır.
- 🍏 Verilen bir $f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum veya yerel minimum noktalarını bulmak için $f'(x) = 0$ fonksiyonunun işaret tablosu incelenir.

🍏 Maksimum - Minimum Problemler:

- Maksimum veya minimum olması istenilen ifade fonksiyon olmak üzere seçilir.
- Bilinmeyenler birbiri cinsinden yazılarak fonksiyon bir bilinmeye indirgenir.
- Fonksiyonun 1. türevi alınarak sıfıra eşitlenir. Bulunan değer fonksiyonda yerine yazılarak istenilen değer bulunur.

🍏 Dönüm (Büküm) Noktası:

Fonksiyonun dönüm (büküm) noktasını bulmak için fonksiyonun 2. türevi sıfıra eşitlenir ($f''(x) = 0$) bulunan köklerin işaret tablosu çizilir. işaretin değiştiği nokta dönüm (büküm) noktasıdır.

🍏 Konveks - Konkav:

($f''(x) = 0$) a bakılır. Bulunan köklerin işaret tablosu çizilir. Bu tabloda (-) olan aralıkta konkav, (+) olan aralıkta konvektir.

🍏 Türevin Fiziksel Yorumu:

Bir hareketlinin t zamanında aldığı yol $s(t)$ ise bu hareketlinin hızı $v(t) = s'(t)$ ve t anındaki ivmesi $a(t) = s''(t)$ dir.

🍏 Simetri Merkezi:

$f(x) = \frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d}$ fonksiyonunun simetri merkezi

$$S = \left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right) \text{ dir.}$$

Simetri merkezi aynı zamanda asimptotların kesim noktasıdır.

- 🍏 Üçüncü dereceden polinom fonksiyonunun simetri merkezi Dönüm (büküm) noktasıdır.

🍏 Türevin Grafiği ile İlgili Yorumlar:

- $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiş ve 1. türevi ile ilgili ifadeler isteniyor ise eğri üzerinde, sorulan apsisli noktadan teğet çizilir.

Teğetin x eksenine pozitif yönde yaptığı açıya bakılır. Açı 90° den küçük ise o noktadaki 1. türevi sıfırdan büyüktür. açı değeri 90° den büyük ise o noktadaki 1. türevi sıfırdan küçüktür.

Teğet x eksenine paralel ise o noktadaki 1. türevi sıfırdır.

- $y = f'(x)$ in grafiği verilmiş ve fonksiyonun maksimum veya minimum değerleri isteniyor ise $y = f'(x)$ in işaret tablosu incelenir. $y = f'(x)$ in kökleri x eksenini kestiği veya teğet olduğu noktalar. x ekseninin kestiği noktalarda tek katlı kök, teğet olduğu noktalarda çift katlı kök oluşur.

🍏 Asimptotlar:

- $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ şeklindeki rasyonel fonksiyonlarda paydanın kökleri düşey asimptotları verir. Yani $Q(x) = 0$ in kökleridir.

- $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ şeklindeki rasyonel fonksiyonlarda $\text{der}[P(x)] \leq \text{der}[Q(x)]$ ise yatay asimptot vardır ve $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ifadesi yatay asimptot 'u verir.

- $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ şeklindeki rasyonel fonksiyonlarda $\text{der}[P(x)] > \text{der}[Q(x)]$ ise eğik yada eğri asimptot vardır.

- $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ şeklindeki rasyonel fonksiyonlarda $\text{der}[P(x)] - \text{der}[Q(x)] = 1$ ise eğik asimptot vardır.

- $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ şeklindeki rasyonel fonksiyonlarda $\text{der}[P(x)] - \text{der}[Q(x)] > 1$ ise eğri asimptot vardır. Burada III, IV ve V durumları için polinom bölmesi yapılır ve bölüm kısmı eğik yada eğri asimptottur.

TÜREV

1) Türevin Limitle Tanımı;

Soru 1

$f(x) = 3x^2 - 2$ ise $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 2 D) -2 E) -4

Çözüm 1

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ limiti varsa bu limitin değerine

f nin $x = a$ 'daki türevi denir.

$f(x) = 3x^2 - 2$ ise,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2 - 2 - (3 \cdot 1^2 - 2)}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2 - 3}{x - 1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x^2 - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 \cdot (x+1) \cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}} = 3 \cdot (1+1) = 6$$

olur.

Cevap A seçeneğidir.

3) Türevin Gösterimleri;

Soru 3

Aşağıdakilerden hangisi diğerlerinden farklıdır?

- A) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$
 B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+2) - f(2)}{h}$
 C) $f'(2)$
 D) $(f(2))'$
 E) $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2}$

Çözüm 3

- A }
 B } Seçenekleri f fonksiyonunun $x = 2$
 C } noktasındaki türevini ifade etmektedir.
 E }

Fakat D seçeneğinde f fonksiyonunun 2 noktasında alacağı değerin türevi sorulmaktadır.

Cevap D seçeneğidir.

2) Türevin limitsel 2.tanımı;

Soru 2

$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(h+2) - f(2)}{h} \right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f'(h)$ B) $\frac{dy}{dx}$ C) $f'(2)$
 D) $f'(x)$ E) $\frac{dx}{dh}$

Çözüm 2

$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(h+a) - f(a)}{h} \right)$ demek f 'nin a noktasında-

ki türevi demektir. Yani $f'(a)$ demektir.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(h+2) - f(2)}{h} \right) = f'(2) \text{ demektir.}$$

Cevap C seçeneğidir.

4) Polinom Fonksiyonların Türevi;

Soru 4

$f(x) = 6x^7 + 3x^3$ ise $f'(1)$ kaçtır?

- A) 35 B) 40 C) 50 D) 51 E) 53

Çözüm 4

Polinom fonksiyonların türevinde kullanılacak temel cümle şudur: (lütfen dikkatle özümseyiniz.)

"Üs düşecek, derece 1 azalacak"

$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$ dir.

$f(x) = 6x^7 + 3x^3$ ise,

$f'(x) = 6 \cdot 7 \cdot x^6 + 3 \cdot 3 \cdot x^2$

$f'(x) = 42x^6 + 9x^2$

$f'(1) = 42 + 9 = 51$ olur.

Cevap D seçeneğidir.

Soru 4

$f(x) = 6x^4 - x^3 + 1$ ise $f'(-1)$ kaçtır?

- A) -27 B) -24 C) 24 D) 30 E) 32

Cevap A seçeneğidir.

Soru 5

$f(x) = (x^2 + 1)(x^3 - x)$ olduğuna göre;
 $f'(2)$ kaçtır?

- A) 77 B) 78 C) 79 D) 80 E) 81

Cevap C seçeneğidir.

5) Çarpımın Türevi;

Soru 5

$f(x) = (x^3 - 2x) \cdot (x^2 + x)$ olduğuna göre,
 $f'(3)$ kaçtır?

- A) 212 B) 114 C) 328 D) 414 E) 447

Çözüm 5

Çarpımın türevinde kullanılacak temel cümle;

- Birinci kısmın türevi çarpı ikinci kısım + ikinci kısmın türevi çarpı birinci kısım,

$$f(x) = h(x) \cdot k(x) \Rightarrow$$

$$f'(x) = h'(x) \cdot k(x) + k'(x) \cdot h(x)$$

$$f'(x) = (3x^2 - 2) \cdot (x^2 + x) + (2x + 1) \cdot (x^3 - 2x)$$

$$f'(3) = (3 \cdot 3^2 - 2) \cdot (3^2 + 3) + (2 \cdot 3 + 1) \cdot (3^3 - 2 \cdot 3) \\ = 25 \cdot 12 + 7 \cdot 21 = 300 + 147 = 447 \text{ bulunur.}$$

Cevap E seçeneğidir.

6) Bölümün Türevi;

Soru 6

$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$ ise $f'(-1)$ kaçtır?

- A) $-\frac{2}{7}$ B) $\frac{1}{9}$ C) 1 D) $-\frac{1}{9}$ E) $-\frac{2}{5}$

Çözüm 6

$$h(x) = \frac{f}{g} \text{ ise } h'(x) = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{(g)^2}$$

Türkçesi: Payın türevi çarpı payda eksi paydanın türevi çarpı pay, bölü paydanın karesi

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 2} \text{ ise,}$$

$$f'(x) = \frac{(2x + 3) \cdot (x - 2) - 1 \cdot (x^2 + 3x)}{(x - 2)^2}$$

$$f'(-1) = \frac{(2 \cdot (-1) + 3)(-1 - 2) - ((-1)^2 + 3(-1))}{(-1 - 2)^2}$$

$$= \frac{-3 - (-2)}{9} \Rightarrow f'(-1) = -\frac{1}{9} \text{ olur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

Soru 6

$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ise $f'(2)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Cevap A seçeneğidir.

Soru 7

$f(x) = (2x-1)^3$ ise $f'(1)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Cevap E seçeneğidir.

7) $(f(x))^n$ türevi; (en önemli madde)

8) Köklü İfadelerin Türevi;

Soru 7

$f(x) = (3x+2)^{-2}$ ise $f'(0)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) 1

Çözüm 7

$(f(x))^n$ türevi bilinmesi gereken en önemli türevdir. Cümlesinin muhakkak ezbere bilinmesi gerekir. "Üs düşecek derece bir azalacak, fonksiyonun içinin türevi alınacak."

Yani $((f(x))^n)' = n \cdot (f(x))^{n-1} \cdot f'(x)$

$f(x) = (3x+2)^{-2}$ ise $f'(x) = -2 \cdot (3x+2)^{-3} \cdot 3$

$f'(0) = -6 \cdot 2^{-3} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$ olur.

Cevap D seçeneğidir.

Soru 8

$y = \sqrt[3]{2x^2-1}$ olduğuna göre $f'(1)$ kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 0 E) $\frac{1}{3}$

Çözüm 8

Artık üssü olan tüm sorularda $(f(x))^n$ türevi kullanılacaktır. Cümleyi tekrar hatırlayalım. Üs düşecek, derecesi bir azalacak, fonksiyonun içinin türevi alınacak.

$y = (2x^2-1)^{1/3}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3} \cdot (2x^2-1)^{-2/3} \cdot 4x$

$f'(1) = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 1 \cdot (2 \cdot 1^2 - 1)^{-2/3} = \frac{4}{3}$ olur.

Cevap C seçeneğidir.

TÜREV

Soru 8

$f(x) = \sqrt[4]{x^3 + 1}$ ise $f'(1)$ kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) $3\sqrt[4]{3}$ D) $\frac{3}{4 \cdot \sqrt[4]{8}}$ E) $3\sqrt[4]{2}$

Cevap D seçeneğidir.

Soru 9

$f(x) = 2x^2 - 1$ $g(x) = 2x + 1$ ise $(f \circ g)'(2)$ kaçtır?

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

Cevap C seçeneğidir.

9) Bileşke Fonksiyonun Türevi;

Soru 9

$f(x) = 3x^2 - 1$ ve $g(x) = 3x - 5$ ise,
 $(f \circ g)'(1)$ kaçtır?

- A) -36 B) -18 C) 0 D) 18 E) 36

Çözüm 9

$(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$
 $f'(g(x))$ ne demek?

$f'(g(x))$ demek $f'(x)$ türevinde x varsa x yerine $g(x)$ yaz demektir.

$$\begin{aligned} (f \circ g)'(x) &= g'(x) \cdot f'(g(x)) & (f'(x) = 6x) \\ &= 3 \cdot 6g(x) \text{ buradan,} \\ &= 18 \cdot (3x - 5) \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$(f \circ g)'(1) = 18 \cdot (3 \cdot 1 - 5) = -36 \text{ bulunur.}$$

Cevap A seçeneğidir.

10) $f(a) = g(b)$ Türevi;

Soru 10

$f: (1,8) \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x^2 - 2x) = 3x^3 - 2x + 1$ ise $f'(0)$ kaçtır?

- A) -1 B) 2 C) 5 D) 8 E) 11

Çözüm 10

$f(a) = g(b)$ ise,
 $a' \cdot f'(a) = b' \cdot g'(b)$ dir.

$$\begin{aligned} f(x^2 - 2x) &= 3x^3 - 2x + 1 \\ (2x - 2) f'(x^2 - 2x) &= 6x^2 - 2 \text{ olur } x^2 - 2x = 0 \text{ ise,} \\ x = 0 \text{ ve } x = 2 \text{ olur. } x > 1 \text{ ise } x = 2 \text{ dir.} \\ (2 \cdot 2 - 2) f'(2^2 - 2 \cdot 2) &= 6 \cdot 2 - 2 \\ 2f'(0) = 10 &\text{ ise } f'(0) = 5 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap C seçeneğidir.

Soru 10

$f(2x-1) = x^3 - 2x + 1$ ise $f'(3)$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Cevap B seçeneğidir.

Soru 11

$f(2x-1) = g(x^4 + 1)$ ise $f'(1)$ in g türünden değeri nedir?

- A) $2g'(2)$ B) $3g'(2)$ C) $g'(3)$
D) $3g'(3)$ E) $g'(4)$

Cevap A seçeneğidir.

SIRADIŞIYALIZ YAYINLARI

11) $f(x) = g(x)$ Türevi;

Soru 11

$f(x) = h(x^2 - 2)$ ise $f'(1)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5h'(0)$ B) $-2h'(-1)$ C) $h'(-1)$
D) $2h'(-1)$ E) $5h(1)$

Çözüm 11

$f(x) = g(x)$ ise $f'(x) = g'(x)$ olur.

$$f(x) = h(x^2 - 2) \text{ ise,}$$

$$f'(x) = 2x \cdot h'(x^2 - 2)$$

$$f'(1) = 2 \cdot h'(-1) \text{ bulunur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

12) $f^m(x) = g^n(x)$ durumunun Türevi;

Soru 12

$$f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R} \quad g : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

$f^2(x^2 - 2) = g^5(3x + 1)$ ise $g'(4)$ kaçtır?

$(f(-1) = -1 \text{ ve } f'(-1) = 3, g(4) = 2)$

- A) $\frac{-1}{10}$ B) $\frac{-1}{20}$ C) $\frac{-2}{5}$ D) $\frac{1}{40}$ E) $\frac{1}{5}$

Çözüm 12

$$f^2(x^2 - 2) = g^5(3x + 1)$$

$$2 \cdot (2x) \cdot f(x^2 - 2) \cdot f'(x^2 - 2) = 5 \cdot 3 \cdot g^4(3x + 1) \cdot g'(3x + 1)$$

$x = 1$ yazarsak,

$$4 \cdot 1 \cdot f(-1) \cdot f'(-1) = 15 \cdot 2^4 \cdot g'(4)$$

$$4 \cdot (-1) \cdot (3) = 15 \cdot 16 \cdot g'(4)$$

$$g'(4) = \frac{-1}{20} \text{ dir.}$$

Cevap B seçeneğidir.

Soru 12

$f^2(2x-1) = g^3(3x+1)$ ise, $f'(3)$ kaçtır?

$(f(3) = 2, g(7) = 4, g'(7) = -1)$

- A) 24 B) 101 C) $\frac{92}{3}$ D) -11 E) -18

Cevap E seçeneğidir.

Soru 13

$f(x) = \sin(3x^2 + 1)$ ise $f'(x)$ i bulunuz.

- A) $6x \cdot \sin x$
B) $6x \cdot \cos(3x^2+1)$
C) $6x \cdot \sin(3x^2+1)$
D) $3x \cdot \sin(x^2+3)$
E) $6x \cdot \cos(6x)$

Cevap B seçeneğidir.

13) $\sin f(x)$ Türevi;

Soru 13

$f(x) = \sin(x^2 - 2x)$ ise $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\cos x$
B) $(2x - 2) \sin(x^2 - 2x)$
C) $(2x - 2) \cos(x^2 - 2x)$
D) $\sin(2x - 2)$
E) $\cos(x^2 - 2x)$

Çözüm 13

$$(\sin(f(x)))' = f'(x) \cdot \cos f(x)$$

$f(x) = \sin(x^2 - 2x)$ ise,

$f'(x) = (2x - 2) \cdot \cos(x^2 - 2x)$ bulunur.

Cevap C seçeneğidir.

14) $\sin^n f(x)$ Türevi;

Soru 14

$f(x) = \frac{1}{\sin^2(2x)}$ ise $f'(x)$ nedir?

- A) $4 \cot 2x$ B) $2 \tan 2x$ C) $\frac{-4 \cos(2x)}{\sin^2(2x)}$
D) $\cot 2x$ E) $\frac{-4 \cos 2x}{\sin^3(2x)}$

Çözüm 14

$$f(x) = \sin^n(h(x)) \Rightarrow$$

$$f'(x) = n \cdot \sin^{n-1}(h(x)) \cdot h'(x) \cdot \cos(h(x))$$

$$f(x) = \frac{1}{\sin^2(2x)} \text{ ise,}$$

$f(x) = (\sin(2x))^{-2}$ şeklinde yazılabilir.

$f'(x) = -2 \cdot (\sin(2x))^{-3} \cdot 2 \cdot \cos(2x)$ olur.

$$f'(x) = \frac{-4 \cos 2x}{\sin^3(2x)} \text{ bulunur.}$$

Cevap E seçeneğidir.

Soru 14

$f(x) = \sin^2(2x^2 + 1)$ ise $f'(x)$ nedir?

- A) $2\sin x$
 B) $4\cos x$
 C) $2\sin(2x^2+1)$
 D) $4x \cdot \cos(4x^2+2)$
 E) $4x \cdot \sin(4x^2+2)$

Cevap E seçeneğidir.

Soru 15

$f(x) = \cos(4x^2 - 2x + \pi)$ ise $f'(0)$ kaçtır?

- A) 0 B) $\sin 4$ C) $-2\sin 2$ D) 1 E) -1

Cevap A seçeneğidir.

SIRADIŞIYANALİZ YAYINLARI

15) $\cos f(x)$ Türevi;

Soru 15

$f(x) = \cos(x^2 - 2x)$ ise $f'(0)$ kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 5 E) -2

Çözüm 15

$$(\cos(f(x)))' = -f'(x) \cdot \sin f(x)$$

$f(x) = \cos(x^2 - 2x)$ ise
 $f'(x) = -(2x - 2) \sin(x^2 - 2x)$ olur.
 0'ı denklemden yazarsak,
 $f'(0) = -(2 \cdot 0 - 2) \cdot \sin(0^2 - 2 \cdot 0)$
 $f'(0) = 2 \cdot \sin 0 = 0$ dır.

Cevap A seçeneğidir.

16) $\cos^n f(x)$ Türevi;

Soru 16

$f(x) = \cos^5(3x^3 - 1)$ ise $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\sin^5(9x^2)$
 B) $45x^2 \sin(3x^3 - 1)$
 C) $x^2 \cos(9x^2)$
 D) $\sin(3x^3 - 1)$
 E) $-45x^2 \cdot \cos^4(3x^3 - 1) \cdot \sin(3x^3 - 1)$

Çözüm 16

$$(\cos^n(f(x)))' = -n \cdot f'(x) \cdot \cos^{n-1} f(x) \cdot \sin(f(x))$$

$f(x) = \cos^5(3x^3 - 1)$ ise,
 $f'(x) = -5 \cdot 9x^2 \cdot \cos^4(3x^3 - 1) \cdot \sin(3x^3 - 1)$
 $= -45x^2 \cdot \cos^4(3x^3 - 1) \cdot \sin(3x^3 - 1)$ olur.

Cevap E seçeneğidir.

Soru 16

$f(x) = \cos^3(3x^2 - 1)$ ise $f'(x)$ nedir?

- A) $-18x \cdot \cos^2(3x^2 - 1) \cdot \sin(3x^2 - 1)$
 B) $6x \cdot \cos^2(3x^2 - 1) \cdot \sin(3x^2 - 1)$
 C) $3x \cdot \cos^2(3x^2 - 1)$
 D) $-6x \cdot \sin(3x^2 - 1)$
 E) $-18x \cdot \sin(3x^2 - 1)$

Cevap A seçeneğidir.

Soru 17

$f(x) = \tan(8x)$ ise $f'\left(\frac{\pi}{32}\right)$ kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

Cevap C seçeneğidir.

17) $\tan f(x)$ Türevi;

Soru 17

$f(x) = \tan(4x)$ olduğuna göre $f'\left(\frac{\pi}{16}\right)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Çözüm 17

$$(\tan f(x))' = f'(x) \cdot (1 + \tan^2 f(x)) = \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$$

$f(x) = \tan(4x)$ ise,

$f'(x) = 4 \cdot (1 + \tan^2(4x))$ olur.

$\left(\frac{\pi}{16}\right)$ 'yı yerine yazarsak;

$$f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 4 \cdot \left[1 + \tan^2\left(4 \cdot \frac{\pi}{16}\right)\right]$$

$$= 4 \cdot \left[1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$= 4 \cdot (1 + 1) = 8 \text{ bulunur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

18) $\cot f(x)$ Türevi;

Soru 18

$f(x) = \cot^4(3x)$ ise $f'\left(\frac{\pi}{9}\right)$ kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ D) $\frac{16}{9}$ E) $-\frac{16\sqrt{3}}{9}$

Çözüm 18

$$(\cot f(x))' = -f'(x) \cdot (1 + \cot^2 f(x)) = \frac{-f'(x)}{\sin^2 f(x)}$$

Üs varsa $(f^n(x))' = n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$ uygulanmalıdır.

$f(x) = \cot^4(3x)$ ise,

$$f'(x) = -4 \cdot 3 \cdot \cot^3(3x) \cdot (1 + \cot^2(3x))$$

x yerine $\frac{\pi}{9}$ yazarsak,

$$\cot\left(\frac{3\pi}{9}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ olduğundan}$$

$$= -12 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)$$

$$= \frac{-12}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{4}{3} = \frac{-16}{3\sqrt{3}} = \frac{-16\sqrt{3}}{9} \text{ olur.}$$

Cevap E seçeneğidir.

Soru 18

$f(x) = \tan^4(3x)$ ise $f'\left(\frac{\pi}{9}\right)$ kaçtır?

- A) 36 B) $36\sqrt{3}$ C) 72
D) $72\sqrt{3}$ E) $144\sqrt{3}$

Cevap E seçeneğidir.

Soru 19

$f(x) = x^3 - 5$ olduğuna göre; $(f^{-1})'(3)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

Cevap A seçeneğidir.

SIRADIŞIANALİZ YAYINLARI

19) Bir Fonksiyonun Tersinin Türevi;

Soru 19

$f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$ olduğuna göre $(f^{-1})'(4)$ değeri kaçtır?

- A) 12 B) $\frac{1}{12}$ C) 6 D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Çözüm 19

$y = f(x)$ ise $f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(x)}$ olur.

Yani Türkçesi; Önce x 'i bul, $f(x)$ in türevini al, x 'i içine yaz, sonucu ters çevir.

$$\sqrt[3]{x} + 2 = 4 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = 2 \Rightarrow x = 8 \text{ olur.}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} + 2 \text{ ise } f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \text{ olur.}$$

$$f'(8) = \frac{1}{3\sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{12} \text{ ise } (f^{-1})'(4) = 12 \text{ olur.}$$

Cevap A seçeneğidir.

20) $\arcsin f(x)$ Türevi;

Soru 20

$f(x) = \arcsin(5x)$ ise $f'(0)$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 2 D) -5 E) -1

Çözüm 20

$$(\arcsin(f(x)))' = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$$

$$f(x) = \arcsin(5x) \text{ ise,}$$

$$f'(x) = \frac{5}{\sqrt{1-(5x)^2}} \text{ olur.}$$

Denklemden x yerine 0 yazarsak,

$$f'(0) = \frac{5}{\sqrt{1-0}} = 5 \text{ bulunur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

Soru 20

$f(x) = \arcsin(4x + 1)$ ise $f'\left(-\frac{1}{4}\right)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Cevap C seçeneğidir.

Soru 21

$f(x) = \arccos(3x)$ ise $f'(x)$ nedir?

- A) $\frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}$
 B) $\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$
 C) $\frac{1}{\sqrt{1-3x}}$
 D) $-\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$
 E) $-\frac{3}{\sqrt{1-3x}}$

Cevap D seçeneğidir.

21) $\arccos f(x)$ Türevi;

Soru 21

$f(x) = \arccos(\sin(x))$ ve $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ ise $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan x$ B) $\sin x$ C) $\cos x$ D) 1 E) -1

Çözüm 21

$$(\arccos f(x))' = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$$

$$\begin{aligned} (\arccos(\sin x))' &= \frac{-\cos x}{\sqrt{1-\sin^2 x}} = \frac{-\cos x}{\sqrt{\cos^2 x}} \\ &= \frac{-\cos x}{|\cos x|} \text{ olur.} \end{aligned}$$

4. bölgede olduğundan $\cos x$ pozitifdir.

$$\text{O halde } \frac{-\cos x}{|\cos x|} = \frac{-\cos x}{\cos x} = -1 \text{ bulunur.}$$

Cevap E seçeneğidir.

22) $\arctan f(x)$ Türevi;

Soru 22

$f(x) = \arctan(2x^2)$ ise $f'(1)$ kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

Çözüm 22

$$(\arctan f(x))' = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$$

$$f(x) = \arctan(2x^2) \text{ ise } f'(x) = \frac{4x}{1+(2x^2)^2} \text{ olur.}$$

x yerine 1 yazarsak;

$$f'(1) = \frac{4 \cdot 1}{1+2^2} = \frac{4}{5} \text{ olur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

TÜREV

Soru 22

$f(x) = \arctan(3x)$ ise, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{2}{7}$ E) 1

Cevap B seçeneğidir.

Soru 23

$f(x) = \operatorname{arccot}(2x)$ ise $f'(1)$ kaçtır?

- A) 2 B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) -1 E) 3

Cevap C seçeneğidir.

SIRADIŞIYALIZ YAYINLARI

23) $\operatorname{arccot} f(x)$ Türevi;

Soru 23

$f(x) = \operatorname{arccot}(\tan 2x)$ ise $f'(-\sqrt{3})$ kaçtır?

- A) 0 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm 23

$$(\operatorname{arccot} f(x))' = \frac{-f'(x)}{1+f^2(x)}$$

$f(x) = \operatorname{arccot}(\tan 2x)$ ise,

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (1 + \tan^2(2x))}{1 + \tan^2(2x)} = -2 \text{ bulunur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

Soru 24

$f(x) = \ln(4x+1)$ ise $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{4x+1}$ B) $\frac{4}{4x+1}$ C) $\frac{4x+1}{4}$
D) $\frac{x+1}{2}$ E) $\ln x$

Çözüm 24

$$(\ln f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)} \text{ tir.}$$

$f(x) = \ln(4x+1)$ ise,

$$f'(x) = \frac{4}{4x+1} \text{ olur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

TÜREV

Soru 24

$f(x) = \ln(2x^2 + 1)$ ise $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

Cevap E seçeneğidir.

Soru 25

$f(x) = \log_3(\cos x)$ ise $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ kaçtır?

- A) $\frac{-1}{\sqrt{3} \cdot \ln 3}$ B) 0 C) $\frac{1}{\ln 3}$
D) $\frac{\ln 3}{\sqrt{3}}$ E) 2

Cevap A seçeneğidir.

25) Şimdi $\log_a f(x)$ 'e bakalım;

Soru 25

$f(x) = \log_5(\sin x)$ ise $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

- A) $\log_5 e$ B) $\ln 5$ C) $\log 25$
D) $\log(\sin x)$ E) $\log(\cos x)$

Çözüm 25

Burada $\log_a f(x) = \frac{\ln f(x)}{\ln a}$ özelliğini kullanacağız.

$$f(x) = \log_5(\sin x) = \frac{\ln(\sin x)}{\ln 5} \text{ ise,}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\ln 5} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\cot x}{\ln 5} \text{ olur.}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cot \frac{\pi}{4}}{\ln 5} = \frac{1}{\ln 5} = \log_5 e \text{ olur.}$$

Cevap A seçeneğidir.

26) $a^{f(x)}$ Türevi;

Soru 26

$f(x) = e^{\cos x}$ ise $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ kaçtır?

- A) $\frac{e^2}{2}$ B) e C) $\frac{-\sqrt{3}e}{2}$
D) $\frac{-3e}{2}$ E) $\sqrt{3}e$

Çözüm 26

$$(a^{f(x)})' = f'(x) \cdot a^{f(x)} \cdot \ln a$$

$$f(x) = e^{\cos x} \text{ ise,}$$

$$f'(x) = -\sin x \cdot e^{\cos x} \cdot \ln e$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot e^{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \cdot e^{\frac{1}{2}} = \frac{-\sqrt{3}e}{2} \text{ bulunur.}$$

Cevap C seçeneğidir.

TÜREV

Soru 26

$f(x) = 5^{\sin x}$ ise $f'(\pi)$ kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) $-\ln 5$ D) $\ln 5$ E) 5

Cevap C seçeneğidir.

Soru 27

$f(x) = (\sin x)^{\cos x}$ ise, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

Cevap A seçeneğidir.

27) $f(x)^{g(x)}$ Türevi;

Soru 27

$f(x) = (\cos x)^{\sin x}$ ise $f'(0)$ kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

Çözüm 27

$y = f^g$ ise

$y = e^{(\ln f)^g} = e^{g \cdot \ln f}$ haline getirilip türevi alınabilir.

$f(x) = (\cos x)^{\sin x}$ ise $f(x) = e^{\sin x \cdot \ln(\cos x)}$ olur.

$$f'(x) = \left(\sin x \cdot \frac{-\sin x}{\cos x} + \cos x \cdot \ln(\cos x) \right) \cdot e^{\sin x \cdot \ln(\cos x)} \cdot \ln e$$

$x = 0$ yazarsak;

$$f'(0) = \left(\frac{-\sin^2 0}{\cos 0} + \cos 0 \cdot \ln(\cos 0) \right) \cdot e^{\sin 0 \cdot \ln(\cos 0)}$$

$\Rightarrow f'(0) = 0$ bulunur.

Not : Kısayolu

$h(x) = f^g$ ise

$$h'(x) = (g \ln f)' \cdot f^g \text{ dir.}$$

Cevap C seçeneğidir.

28) Yüksek mertebe Türevi;

Soru 28

$f(x) = \cos(2x)$ ise $f^{(20)}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x$ B) $\cos x$ C) $2^{20} \cdot \sin(2x)$
D) $2^{20} \cdot \cos(2x)$ E) $x \cdot \cos x$

Çözüm 28

$$f(x) = \cos(2x)$$

$$f'(x) = -2 \cdot \sin(2x)$$

$$f''(x) = -4 \cdot \cos(2x)$$

$$f'''(x) = 2^3 \cdot \sin(2x)$$

$$f^{(4)}(x) = 2^4 \cdot \cos(2x)$$

$$\cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot$$

$$f^{(20)}(x) = 2^{20} \cdot \cos(2x) \text{ olur.}$$

Her dört türevde işaret değişmektedir.

Cevap D seçeneğidir.

TÜREV

Soru 28

$f(x) = \sin x$ ise $f^{(15)}(x)$ kaçtır?

- A) $-\cos x$ B) $-\sin x$ C) $\sin x$ D) $\cos x$ E) 1

Cevap A seçeneğidir.

Soru 29

$2xy - x^2 + y^2 - 3x - 4 = 0$ fonksiyonunun $(1,2)$ noktasındaki türevinin değerini bulunuz.

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{5}$ E) 3

Cevap A seçeneğidir.

SIRADIŞIYALIZ YAYINLARI

30) Zincir Kuralı;

Soru 30

$$y = \cos t$$

$$t = z^2$$

$z = \sqrt{x} + 1$ veriliyor $\frac{dy}{dx}$ ifadesi $x = 4$ için kaç eştir?

- A) $\frac{\cos 5}{3}$ B) $\frac{3 \cos 9}{2}$ C) $\frac{-3 \sin 9}{2}$
D) $\frac{-3}{4}$ E) $\frac{3}{2}$

29) Kapalı Fonksiyonların Türevi;

Soru 29

$x^2y - 2x + y^2 - 1 = 0$ fonksiyonun türevinin $(2,1)$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) $\frac{-1}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 0 D) 2 E) $\frac{2}{5}$

Çözüm 29

$$f(x,y) = 0 \text{ ise } y' = -\frac{f'(x)}{f'(y)}$$

$$y' = \frac{-2xy + 2}{x^2 + 2y} \quad (2,1) \text{ yerine yazılırsa,}$$

$$f'(2) = \frac{-2 \cdot 2 \cdot 1 + 2}{2^2 + 2 \cdot 1} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \text{ olur.}$$

Cevap A seçeneğidir.

Çözüm 30

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \cos t \\ t = z^2 \\ z = \sqrt{x} + 1 \end{array} \right\} \frac{dy}{dx} = (-\sin t) \cdot (2z) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \text{ dir.}$$

$$x = 4 \text{ için } z = 3 \text{ tür. } \frac{dy}{dx} = -\sin 9 \cdot \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \sin 9 \text{ olur.}$$

$$t = 9 \text{ dur.}$$

Cevap C seçeneğidir.

TAMAMI ÇÖZÜMLÜ

TÜREV

Soru 30

$y = \sin t$
 $t = 2z$
 $z = x^2 - 1$

veriliyor, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $x = 2$ için değeri kaçtır?

- A) $8\sin 6$ B) $8\cos 6$ C) $4\sin 3$
D) $2\sin 6$ E) $\cos 6$

Cevap B seçeneğidir.

Soru 31

$y = \sin t$
 $x = \cos t$ ise $\frac{dy}{dx}$ nedir?

- A) $\sin t$ B) $\cos t$ C) $-\sin t$ D) $-\cos t$ E) $-\cot t$

Cevap E seçeneğidir.

SIRADIŞIANALİZ YAYINLARI

31) Parametrik fonksiyonların Türevi;

Soru 31

$y = \cos t$
 $x = \sin t$ ise $\frac{dy}{dx}$ nedir?

- A) 1 B) $-\cot t$ C) $\tan t$ D) $\cot t$ E) $-\tan t$

Çözüm 31

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\sin t}{\cos t} = -\tan t \text{ olur.}$$

Cevap E seçeneğidir.

32) Parçalı Fonksiyonlarda Türev;

Soru 32

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + 5, & x > 2 \\ 3x^2 - bx, & x \leq 2 \end{cases}$$

Her x için türevlenebilir ise $a + b$ kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) 2 E) -2

Çözüm 32

$$x \leq 2 \text{ ise } f'(x) = 6x, f'(2^-) = 12$$

$$x > 2 \text{ ise } f'(x) = 3ax^2, f'(2^+) = 12a$$

birbirine eşitlersek $12a = 12$, $a = 1$ olur.

$$\text{Süreklilikten } 1 \cdot 2^3 + 5 = 3 \cdot 2^2 - 2b$$

$$13 = 12 - 2b, b = -\frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$$a + b = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

TÜREV

Soru 32

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 b, & x < 1 \\ ax^2 - 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

her x için türevlenebilir ise $a + b$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Cevap B seçeneğidir.

Soru 33

$$f(x) = |2x - 1| + |x^2 - 1| \quad f'(3) \text{ kaçtır?}$$

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Cevap D seçeneğidir.

SIRADIŞIANALİZ YAYINLARI

TAMAMI ÇÖZÜMLÜ

33) Birinci Derece Mutlak Değerli Fonksiyon Türevi;

Soru 33

$$f(x) = |3x - 1| - |2x - 7| \text{ ise } f'(2) \text{ kaçtır?}$$

- A) -5 B) 6 C) 5 D) 4 E) 2

Çözüm 33

$f(x) = |ax + b|$ fonksiyonlarında $x = -\frac{b}{a}$ noktasında türev yoktur.

$$f(x) = |3x - 1| - |2x - 7| \text{ ise } x = 2 \text{ için;}$$

$$f(x) = (3x - 1) - (7 - 2x) \text{ olur.}$$

$$f(x) = 5x - 8 \text{ dir. Türevi alınırsa,}$$

$$f'(x) = 5 \Rightarrow f'(2) = 5 \text{ bulunur.}$$

Cevap C seçeneğidir.

34) 2. Dereceden Mutlak Değerli Fonksiyonun Türevi;

Soru 34

$$f(x) = |x^2 - 3x + 2| \text{ fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaların apsisi toplamı kaçtır?}$$

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 1 E) -1

Çözüm 34

$$f(x) = |ax^2 + bx + c| \text{ nin türevsiz olduğu noktalar } f(x) = 0 \text{ noktalarıdır.}$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ ise } x = 2 \text{ ve } x = 1 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Toplamları } 3 \text{ olur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

Soru 34

$f(x) = |x^2 - 5x - 6|$ fonksiyonun türevsiz olduğu noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 7 C) 5 D) 3 E) 2

Cevap C seçeneğidir.

Soru 35

$f(x) = |x^2 + 2x + k|$ fonksiyonun her $x \in \mathbb{R}$ için türevlenebiliyorsa k 'nın alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Cevap A seçeneğidir.

SIRADIŞIYALIZ YAYINLARI

35) 2. Derece Mutlak Değer Fonksiyonunun Türevli olma Durumu;

Soru 35

$f(x) = |3x^2 - 4x + k|$ fonksiyonu her $x \in \mathbb{R}$ için türevlenebiliyorsa k 'nın alabileceği en küçük tam sayı değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 1 C) -2 D) 0 E) 4

Çözüm 35

$f(x) = |x^2 + bx + c|$ fonksiyonunun her noktada türevli olması için $\Delta \leq 0$ olmalıdır.

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot k \leq 0$$

$$16 \leq 12k \text{ olur.}$$

$$k \geq \frac{4}{3} \text{ olur. } k \text{ 'nın en küçük değeri 2 olur.}$$

Cevap A seçeneğidir.

36) Limit Süreklilik Türev İlişkisi;

Soru 36

Bir $x = a$ noktasında $f(x)$ için aşağıdakilerden hangisi yanlış olabilir?

- A) Sürekliyse limiti vardır.
B) Süreksizse türevsizdir.
C) Limitli ise türevlidir.
D) Limitsiz ise türevsizdir.
E) Türevli ise süreklidir.

Çözüm 36

Bu soru çeşidinde Limit – Süreklilik – Türev ilişkisini kurmak için Dede – Baba – Torun ilişkisinden faydalanacağız.

Limit → Dede

Süreklilik → Baba

Türev → Torun şeklinde düşünülebilir.

- A) Baba varsa Dede vardır. (mantıklı)
 B) Baba yoksa torun yoktur. (Baba yoksa torun olmaz zaten!)
 C) Dede varsa torun vardır. (Kesin değil!!!)
 D) Dede yoksa torun yoktur. (mantıklı)
 E) Torun varsa baba vardır. (mantıklı)

Cevap C seçeneğidir.

38) Pay ve Paydası polinom olan fonksiyonlarda L' Hospital kuralı;

Soru 38

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 8}{x^3 - 8} \text{ kaçtır?}$$

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

Çözüm 38

$\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliklerinde,

L' Hospital kuralı kullanılır.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ olur.}$$

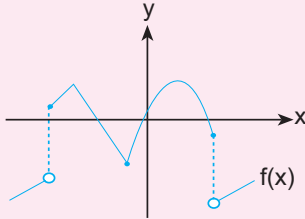
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 8}{x^3 - 8} = \frac{0}{0} \text{ L' Hospital uygularsak;}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x}{3x^2} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

37) Grafik üzerinden Türevli – Türevsiz noktaları Bulma;

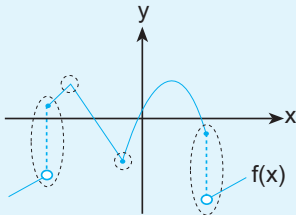
Soru 37



Yukarıdaki fonksiyon grafiğine göre kaç x değeri için $f'(x)$ hesaplanamaz?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 37



I. Kopma noktalarından Türev olmaz.

II. Sivri uçta türev olmaz.

Şekilde de görüldüğü gibi 4 noktada türev yoktur.

Cevap D seçeneğidir.

39) Köklü İfadelerde L' Hospital Kuralı;

Soru 39

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt[3]{x} - 4}{\sqrt{x} - 8} \text{ fonksiyonunun } x = 64 \text{ noktasındaki değeri kaçtır?}$$

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

Çözüm 39

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt[3]{x} - 4}{\sqrt{x} - 8} = \frac{0}{0} \text{ dir. L'Hospital uygularsak;}$$

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{64^2}} \cdot \frac{2\sqrt{64}}{1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{1} = \frac{16}{3} \text{ bulunur.}$$

Cevap E seçeneğidir.

Soru 39

$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$ fonksiyonun $x = 9$ noktasındaki değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

Cevap C seçeneğidir.

Soru 40

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(3x+1)}{e^{3x+1} - e} \right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{e}$ B) e C) e^2 D) e^3 E) e^4

Cevap A seçeneğidir.

SIRADIŞIANALİZ YAYINLARI

40) Üstel ve Logaritmik fonksiyonda L' Hospital Kuralı;

Soru 40

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(2x+1)}$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm 40

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(2x+1)} = \frac{0}{0}$ dir. L' Hospital uygularsak,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot e^{2x}}{2} = \frac{2 \cdot e^0 \cdot (2 \cdot 0 + 1)}{2} = 1 \cdot 1 = 1 \text{ bulunur.}$$

Cevap C seçeneğidir.

41) $x \rightarrow 0$ iken $\sin x$ ve $\tan x$ içeren fonksiyonlar;

Soru 41

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{\sin 2x}$ kaçtır?

- A) 3 B) -3 C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) 0

Çözüm 41

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{\sin 2x} = \frac{6}{2} = 3 \text{ bulunur.}$$

Cevap A seçeneğidir.

Soru 41

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{\tan(2x)} \text{ kaçtır?}$$

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

Cevap C seçeneğidir.

Soru 42

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2)/n(x-2) \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 8

Cevap B seçeneğidir.

SIRADIŞIYALIZ YAYINLARI

42) $0 \cdot \infty$ 'da ne yapacağız?

Soru 42

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) \cdot \ln(x-3) \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) -2

Çözüm 42

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) \cdot \ln(x-3) = 0 \cdot \infty \text{ belirsizliği var.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) \cdot \ln(x-3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\ln(x-3)}{\frac{1}{x-3}} \text{ olur.}$$

L' Hospital uygularsak;

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(x-3)^2} = \lim_{x \rightarrow 3^+} [(x-3)] = 0 \text{ olur.}$$

Cevap A seçeneğidir.

43) $\infty - \infty$ da L' Hospital Kuralı;

Soru 43

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right) \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) -1 B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) 2

Çözüm 43

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right)$$

Bu tip sorularda payda eşitlemek yeterlidir.

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x+3-6}{x^2-9} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{(x-3)}{x^2-9} \right) = \frac{0}{0} \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{2x} = \frac{1}{6} \text{ bulunur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

Soru 43

$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{-1}{2}$ D) 2 E) 3

Cevap B seçeneğidir.

Çözüm 44

$x = x_1$ noktasında $f(x)$ 'in grafiğine çizilen teğetin eğimi $m_T = f'(x_1)$ şeklindedir.

$y - y_1 = f'(x_1) \cdot (x - x_1)$ formülünden teğet denklemini bulunur.

$x = 1$ ise $f(1) = 2 \cdot 1^2 + 1 = 3$ olur. Yani noktamız $(1, 3)$ olur.

$f'(x) = 4x$ tir. $f'(1) = m_T = 4 \cdot 1 = 4$ tür.

$y - 3 = 4 \cdot (x - 1)$

$y = 4x - 1$ bulunur.

Cevap B seçeneğidir.

SIRADIŞIANALİZ YAYINLARI

Soru 44

$f(x) = 4x - 3$ fonksiyonuna $x = 2$ noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

- A) $y - 4x + 3 = 0$ B) $2y - 4x + 3 = 0$
 C) $2y - x + 5 = 0$ D) $2y + 2x - 5 = 0$
 E) $2x - 2y + 3 = 0$

Cevap A seçeneğidir.

44) TÜREVİN GEOMETRİK UYGULAMALARI
Teğet Denklemi;

Soru 44

$f(x) = 2x^2 + 1$ fonksiyonuna $x = 1$ noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 2x + 1$
 B) $y = 4x - 1$
 C) $y = 3x - 2$
 D) $y = x + 1$
 E) $y = 2x - 3$

45) Normal Denklemi;

Soru 45

$f(x) = -2x^3 + 2$ fonksiyonunun grafiğine $x = -1$ noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4y + x - 15 = 0$
 B) $6y - x + 25 = 0$
 C) $y - 4x + 25 = 0$
 D) $6y - x - 25 = 0$
 E) $3y + x + 15 = 0$

Çözüm 45

$x = x_1$ noktasındaki teğetin eğimi $m_T = f'(x_1)$ dir.

$M_N \cdot M_T = -1$ olduğundan $M_N = \frac{-1}{f'(x_1)}$ dir.

$(y - y_1) = \frac{-1}{f'(x_1)} \cdot (x - x_1)$ ile normal denklemi bulunur.

$f(-1) = -2 \cdot (-1)^3 + 2 = 4$ olur. O halde noktamız $(-1, 4)$ noktasıdır.

$f'(x) = -6x^2$ ise $f'(-1) = -6 \cdot (-1)^2 = -6$ olur.

$$y - 4 = \frac{-1}{-6} (x - (-1))$$

$$6y - 24 = x + 1 \Rightarrow 6y - x - 25 = 0 \text{ bulunur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

Soru 45

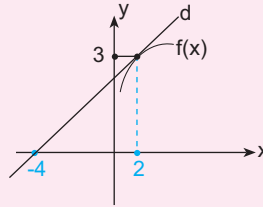
$f(x) = x^2 - 1$ fonksiyonunun grafiğine $x = 1$ noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2y - x + 1 = 0$ B) $2y + 2x + 1 = 0$
 C) $2y + x - 1 = 0$ D) $x - 2y + 1 = 0$
 E) $x - 2y + 3 = 0$

Cevap C seçeneğidir.

46) Grafiği ve Teğeti verilen Türevle ilgili Sorular;

Soru 46

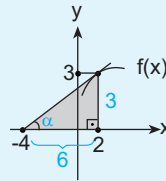


$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$g(x) = (x^2 + 1) \cdot f(3x - 1)$ olduğuna göre $g'(1)$ kaçtır?

- A) 3 B) 7 C) 9 D) 11 E) 15

Çözüm 46



$f(2) = 3$ 'tür.

$$m = \tan \alpha = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ve}$$

$$m = f'(2) \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$$g(x) = (x^2 + 1) f(3x - 1)$$

$$g'(x) = 2x \cdot f(3x - 1) + 3 \cdot (x^2 + 1) f'(3x - 1)$$

$$g'(1) = 2 \cdot 1 \cdot f(2) + 3 \cdot 2 \cdot f'(2)$$

$$g'(1) = 2 \cdot 3 + 6 \cdot \frac{1}{2}$$

$$g'(1) = 9 \text{ olur.}$$

Cevap C seçeneğidir.

Soru 46

$f(2) = 2$ ve $f'(2) = 5$ olmak üzere;

$g(x) = \frac{f(x)}{x}$ olduğuna göre $g'(2)$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) -1

Cevap D seçeneğidir.

47) Bir fonksiyona belli noktada çizilen teğetin fonksiyonu kestiği diğer noktaların bulunuşu;

Soru 47

$y = x^3 + x$ eğrisine $A(1,2)$ noktasından çizilen teğet eğriyi B noktasında kesiyor. B noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -6 C) -8 D) -10 E) -12

Çözüm 47

$f(x) = x^3 + x$ ise $f'(x) = 3x^2 + 1$, $f'(1) = 4$ olur.

$(y - 2) = 4 \cdot (x - 1)$ ise $y = 4x - 2$ olur.

Eğri ile kesim noktaları ortak çözümden bulunur.

$x^3 + x = 4x - 2 \Rightarrow x^3 - 3x + 2 = 0$ dir.

Teğetlerde $x_1 = x_2 = 1$ dir. Çift katlı köktür.

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = \frac{d}{a} = -2$$

O halde $x_3 = -2$ dir.

$f(-2) = (-2)^3 - 2 = -10$ olur.

$B(-2, -10)$ noktasının koordinatları toplamı -12 dir.

Cevap E seçeneğidir.

48) Artan Azalan fonksiyonlar;

Soru 48

$f(x) = 2x^3 - 54x$ fonksiyonunun azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[0, 3)$ B) $[-3, 3]$ C) $(-3, 3)$
D) $(-\infty, 3)$ E) $(3, \infty)$

Çözüm 48

$f'(x) > 0$ olduğu aralıkta $f(x)$ artandır.

$f'(x) < 0$ olduğu aralıkta $f(x)$ azalandır.

$f'(x) = 6x^2 - 54 = 0 \Rightarrow x^2 = 9$ olur.

$x = 3$ ve $x = -3$ bulunur.

Tablo Çizelim

x	-3	3
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	↗	↘

Oklardan anlaşılacağı gibi $(-3, 3)$ aralığında azalandır.

Cevap C seçeneğidir.

49) $\frac{ax+b}{cx+d}$ artan - azalan durumu;

Soru 49

$f(x) = \frac{5x+1}{ax-3}$ daima artan ise a hangi aralıktadır?

- A) $[1, \infty)$ B) $[0, 3]$ C) $[-15, 0]$
D) $(-\infty, -15)$ E) $[-15, -5)$

Çözüm 49

$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ için,

$a \cdot d - b \cdot c > 0$ ise daima artan

$a \cdot d - b \cdot c = 0$ ise sabit fonksiyon

$a \cdot d - b \cdot c < 0$ ise daima azalan

$5 \cdot (-3) - a \cdot 1 > 0$ ise $a < -15$ olur.

$a, (-\infty, -15)$ aralığındadır.

Cevap D seçeneğidir.

Soru 49

$f(x) = \frac{3x+1}{ax-1}$ daima azalan ise a nın değer aralığını bulunuz.

- A) $[-3,3]$ B) $[-3,\infty)$ C) $(-3,\infty)$
D) $[-1,3]$ E) $(1,\infty)$

Cevap C seçeneğidir.

Çözüm 50

$x = -f(x) = +$, $f'(x) = +$ Şıkların türevini alıp işaretleyeceğiz.

$$A) \left(\frac{f(x)}{x} \right)' = \frac{f'(x) \cdot x - 1 \cdot f(x)}{x^2} = -$$

$$B) \left(\frac{1}{f^3(x)} \right)' = -3 \cdot f^{-4}(x) \cdot f'(x) = -$$

$$C) (f^3(x))' = 3 \cdot f^2(x) \cdot f'(x) = +$$

$$D) (-f^2(x))' = -2 \cdot f(x) \cdot f'(x) = -$$

$$E) \left(\frac{1}{f^2(x)} \right)' = -2 \cdot f^{-3}(x) \cdot f'(x) = -$$

Cevap C seçeneğidir.

SIRADIŞIYANALIZ YAYINLARI

TAMAMI ÇÖZÜMLÜ

50) Bir fonksiyonun özelliklerini kullanarak diğer fonksiyonların artan azalan durumlarının incelenmesi,

Soru 50

$y = f(x)$, $(-\infty, 0)$ aralığında artan ve pozitif değerli bir fonksiyondur.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi artandır?

- A) $\frac{f(x)}{x}$ B) $\frac{1}{f^3(x)}$ C) $f^3(x)$
D) $-f^2(x)$ E) $\frac{1}{f^2(x)}$

51) Ekstremum noktaları ve değerleri;

Soru 51

$f(x) = \frac{x^3}{3} - 6x^2 + 1$ fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisi ile yerel maksimum değerinin toplamı kaçtır?

- A) 13 B) -286 C) -287 D) 12 E) 1

TÜREV

Çözüm 51

$f'(x) = x^2 - 12x = 0$ ise $x = 0$ ve $x = 12$ olur.

	0	12	
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	↗	↘	↗

$$f(0) = \frac{0^3}{3} - 6 \cdot 0^2 + 1$$

$$f(0) = 1 \text{ dir.}$$

$$f(12) = \frac{12^3}{3} - 6 \cdot 12^2 + 1$$

$$f(12) = -287$$

(0, 1) yerel maksimum

(12, -287) yerel minimum noktasıdır.

$12 + 1 = 13$ bulunur.

Cevap A seçeneğidir.

Soru 51

$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 1$ fonksiyonunun artan olduğu aralığı bulunuz.

- A) $(-2, \infty)$ B) $(0, 4)$ C) $(1, 3)$
D) $(2, 4)$ E) $(-\infty, -2)$

Cevap B seçeneğidir.

52) Ekstremum noktalarının Türevle ilişkisi;

Soru 52

$f(x) = ax^3 + 3x^2 + 6x$ fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisi 1 ise yerel maksimum noktasının ordinatı kaçtır?

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) -1 D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{3}{5}$

Çözüm 52

$f'(x) = 3ax^2 + 6x + 6$ ise $f'(1) = 3a + 6 + 6 = 0$
 $a = -4$ olur.

$f(x) = -4x^3 + 3x^2 + 6x$ ise

$f'(x) = -12x^2 + 6x + 6 = 0$ alınır.

$$x_1 + x_2 = \frac{-6}{-12} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \text{ olur. Denklemden yazarsak;}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

53) Türevi 2. Derece olan fonksiyonun Ekstremum durumu;

Soru 53

$f(x) = x^3 + ax^2 + 4x + 7$ fonksiyonunun 2 ekstremum noktası olduğuna göre a 'nın alabileceği tamsayı değerlerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 4

Çözüm 53

$f'(x)$ için Δ 'ya bakılır.

$\Delta \leq 0$ ise Türev kökü yoktur.

$\Delta > 0$ ise 2 Türev kökü vardır.

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 4$ denkleminde;

$$\Delta = 4a^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 > 0$$

$a^2 > 12$ ise $-2\sqrt{3} < a < 2\sqrt{3}$ arasında olmaz.

$a = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ olamaz.

Cevap E seçeneğidir.

54) Dönüm (Büküm) Noktası;

Soru 54

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 3x$ fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 54

$f''(x) > 0$ ise f konvektir. (∪)

$f''(x) < 0$ ise f konkavdır. (∩)

$f''(x) = 0$ noktasına dönüm noktası denir.

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 3x$ ise,

$f'(x) = 3x^2 - 18x + 3$

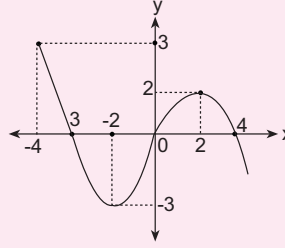
$f''(x) = 6x - 18 = 0$

$x = 3$ bulunur.

Cevap C seçeneğidir.

56) f fonksiyonunun Türev Yorumu;

Soru 56

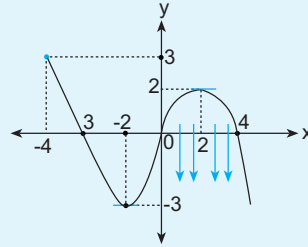


Yukarıdaki şekle göre aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- I. $f'(-2) = 0$ dir.
- II. $x = 2$ noktası yerel maksimum noktasıdır.
- III. $f'(4) < 0$ dir.
- IV. $f''(2) > 0$
- V. Mutlak maksimum değeri 3 tür.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 56



eğim negatif : (∖)

eğim pozitif : (/)

$f'' > 0$: (↑↑)

$f'' < 0$: (↓↓)

- I. $x = -2$ noktasında tepe olduğundan $f'(-2) = 0$ dir. (D)
- II. $x = 2$ de yerel maksimum vardır. (D)
- III. (∖) eğim negatiftir. (D)
- IV. Oklar aşağı $f''(2) < 0$ olur. (Y)
- V. Mutlak maksimum değeri 3 tür. (D)

Cevap D seçeneğidir.

55) Dönüm noktası;

Soru 55

$f(x) = x^3 - 6x^2 + kx + 3$ fonksiyonunun dönüm noktası $A(a, 1)$ ise $k + a$ kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm 55

$f(x) = x^3 - 6x^2 + kx + 3$ ise $f'(x) = 3x^2 - 12x + k$

$f''(x) = 6x - 12 = 0$ ise $x = 2$ bulunur.

$a = 2$ dir.

$f(2) = 1$ ise $f(2) = 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 2k + 3 = 1$

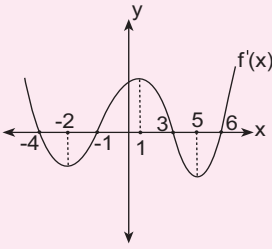
$k = 7$ bulunur.

$a + k = 2 + 7 = 9$ bulunur.

Cevap D seçeneğidir.

57) $f'(x)$ Türev fonksiyonunun geometrik yorumu;

Soru 57

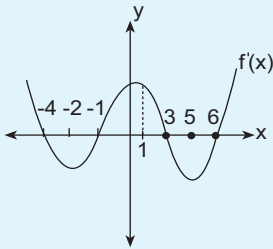


Verilenlere göre aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- I. $f''(-3) < 0$
- II. Dönüm noktalarının apsisi toplam 4 tür.
- III. $f''(2) > 0$ dir.
- IV. Yerel maksimum noktalarının apsisi toplamı 5' tir.
- V. Yerel minimum noktalarının apsisi toplamı -1' dir.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 57



Bu tip sorularda önce tablo çizilmesi uygundur.

x	-4	-2	-1	0	3	5	6
f'	+	-	-	+	+	-	+
f	↗	↘	↘	↗	↗	↘	↗
f grafiği		min			max		

 $f'(x) = 0$ olan yerlerde düz çizgi, tepe noktalarında kesik çizgi kullanılır.

Görüldüğü gibi oklar takip edildiğinde fonksiyonun grafiği kabataslak gözükür.

- I. $f''(-3) < 0$ (D)
- II. $-2 + 1 + 5 = 4$ (D)
- III. $f''(2) < 0$ (Y)
- IV. $-4 + 3 = -1$ (Y)
- V. $-1 + 6 = 5$ (Y)

Cevap B seçeneğidir.

58) Asimptotlar;

Soru 58

 $f(x) = \frac{6x+2}{3x-9}$ fonksiyonunun asimptotlarının kesim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (3 , 1) B) (-3 , 2) C) (3 , 2)
D) (-2 , 3) E) (1 , 0)

Çözüm 58

 $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ ise $Q(x) = 0$ düşey asimptottur. x 'i verir.

 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$ yatay asimptottur. y 'yi verir.

 $3x - 9 = 0$ ise $x = 3$ tür.

 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x+2}{3x-9} = 2$ dir. $y = 2$ dir.

(3 , 2) asimptotların kesim noktası ayrıca simetri merkezidir.

Cevap C seçeneğidir.

59) Eğik Asimptot;

Soru 59

 $f(x) = \frac{3x^2+4x}{x-2}$ fonksiyonunun simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2 , 10) B) (15 , 1) C) (-3 , 15)
D) (-3 , 1) E) (2 , 16)

Çözüm 59

Payın derecesi, paydanın derecesinden bir fazla ise eğik asimptot olur. Pay paydaya bakkal bölümü yapılarak bölüm alınır.

$$\begin{array}{r|l} 3x^2+4x & x-2 \\ -3x^2-6x & 3x+10 \\ \hline 10x & \\ -10x-20 & \\ \hline 20 & \end{array}$$

 $y = 3x + 10$ eğik asimptottur. $x - 2 = 0$ $x = 2$ düşey asimptottur. $y = 3 \cdot 2 + 10 = 16$

Kesim noktası (2 , 16) dir.

Cevap E seçeneğidir.

60) Eğri asimptot;

Soru 60
 $f(x) = \frac{x^3 - 2}{x + 1}$ fonksiyonunun eğri asimptotu

aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x^2 + 3x - 1$

B) $y = x^2 - 2x + 1$

C) $y = 2x^2 - 1$

D) $y = x^2 - x + 1$

E) $y = x^2 - x + 2$

Çözüm 60

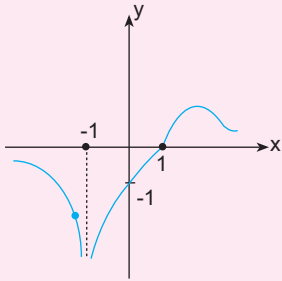
$\text{der}[P(x)] - \text{der}[Q(x)] \geq 2$ ise eğri asimptot vardır. Bakkal bölmesi ile sonuca gidilir.

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2 & x + 1 \\ \hline x^3 + x^2 & x^2 - x + 1 \\ \hline -x^2 - 2 & \\ -x^2 - x & y = x^2 - x + 1 \text{ eğri asimptottur.} \\ \hline x - 2 & \\ x + 1 & \\ \hline -3 & \end{array}$$

Cevap D seçeneğidir.

SIRADIŞIYALIZ YAYINLARI

61) Grafik Çizimi;

Soru 61

Yukarıda verilen grafiğin denklemleri aşağıdaki-lerden hangisidir?

A) $y = \frac{x-1}{(x+1)^2}$

B) $y = \frac{x+1}{(x-1)^2}$

C) $y = \frac{x-1}{x+1}$

D) $y = \frac{x^2 + x}{2}$

E) $y = \frac{(x+1)^2}{x-1}$

Çözüm 61

Paydayı sıfır yapan değer düşey asimptottur. Düşey asimptot -1 'dir. O halde payda $x + 1$ olmalı B, D, E olamaz. Baca çift kat köktür. O halde C olamaz.

Cevap A seçeneğidir.

62) $\sqrt{ax^2 + bx + c}$ yatay asimptotu;**Soru 62**

$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 7} + x + 3$ fonksiyonunun asimptotlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 5$

B) $y = 2x - 1$

C) $y = x + 1$

D) $y = x + 2$

E) $y = 3x + 1$

Çözüm 62

(Tamkare haricindeki sayıyı önemsemeyin!)

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{(x-2)^2 + 3} + x + 3 \\ &= |x-2| + x + 3 \end{aligned}$$

ya $y = 2x + 1$ yada $y = -x + 2 + x + 3$, $y = 5$ bulunur

Cevap A seçeneğidir.

TÜREV

63) Düşey Asimptot;

Soru 63

$f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 - 2x + k}$ fonksiyonunun düşey asimptotunun olmaması için k 'nin en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 63

Payda 2.dereceden ise Δ ya bakacağız.

Eğer düşey asimptot yoksa $\Delta < 0$ olmalı.

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot k < 0$ ise $4 < 4k$ ve $1 < k$ olmalı
 k 'nin alabileceği en küçük tamsayı değeri 2'dir.

Cevap B seçeneğidir.

65) 2.Derece denklemlerle ilgili maksimum-minimum problemleri;

Soru 65

$x^2 + (9a - 2)x + a^3 - 3a^2 = 0$ denkleminin kökleri toplamı ve kökler çarpımının toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) -27 B) -25 C) -21 D) -10 E) -5

Çözüm 65

$$x^2 + (9a - 2)x + a^3 - 3a^2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 2 - 9a \text{ ve } x_1 \cdot x_2 = a^3 - 3a^2$$

$$T + Ç = a^3 - 3a^2 - 9a + 2$$

$$(T + Ç)' = 3a^2 - 6a - 9 = 0$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0 \text{ ise } a = 3, a = -1$$

x	-1	3	
$(T+\zeta)'$	+	-	+
$T+\zeta$			
			

$$(T + Ç)(3) = 3^3 - 3 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 + 2 = -25 \text{ bulunur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

64) Maksimum – minimum problemleri;
İki değişkenin toplam – çarpım durumları;

Soru 64

x ve y pozitif gerçel sayılar,
 $x + 2y = 20$ olduğuna göre $x \cdot y$ 'nin en büyük değeri kaçtır?

- A) 25 B) 50 C) 100 D) 150 E) 200

Çözüm 64

Maksimum – minimum problemlerinde;

- İsteneni tanımla (A)
- Tek değişkene indir.
- Türev al sıfıra eşitle, kökü bul.
- Bulduğun kökü A 'da yaz.

$$A = x \cdot y \text{ isteniyor, } x + 2y = 20 \text{ ise } x = 20 - 2y \text{ olur.}$$

$$A = y \cdot (20 - 2y) = 20y - 2y^2$$

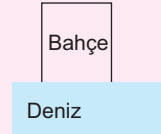
$$A' = 20 - 4y = 0 \Rightarrow y = 5 \text{ olur.}$$

$$A = 20 \cdot 5 - 2 \cdot 5^2 = 100 - 50 = 50 \text{ bulunur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

66) Dikdörtgen Alanı;

Soru 66

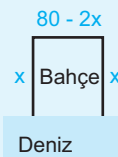


Deniz kenarında dikdörtgen şeklindeki bahçenin etrafı, deniz tarafındaki kenar hariç 80m tel ile çevrilecektir.

Bu bahçenin alanı en çok kaç m^2 olur?

- A) 300 m^2 B) 400 m^2 C) 500 m^2
D) 600 m^2 E) 800 m^2

Çözüm 66



$$A = x \cdot (80 - 2x)$$

$$A = 80x - 2x^2$$

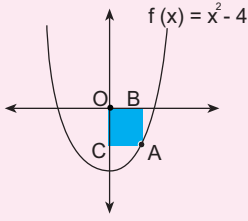
$$A' = 80 - 4x = 0$$

$$x = 20$$

$$A = 80 \cdot 20 - 2 \cdot 20^2 = 800 \text{ } m^2 \text{ bulunur.}$$

Cevap E seçeneğidir.

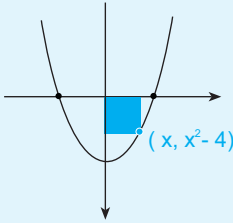
67) Parabol içinde dikdörtgen alanı;

Soru 67

Şekilde $y = x^2 - 4$ parabolü verilmiştir. A noktası parabol üzerindedir.

ABOC dikdörtgeninin alanı en çok kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) $2\sqrt{3}$ D) $\frac{16\sqrt{3}}{9}$ E) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Çözüm 67

$$A = x \cdot (x^2 - 4)$$

$$A = x^3 - 4x$$

$$A' = 3x^2 - 4 = 0$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ veya } x = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$A = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3 - 4 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{8}{3\sqrt{3}} - \frac{8}{\sqrt{3}} = -\frac{16}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{Alan} = \frac{16\sqrt{3}}{9} \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

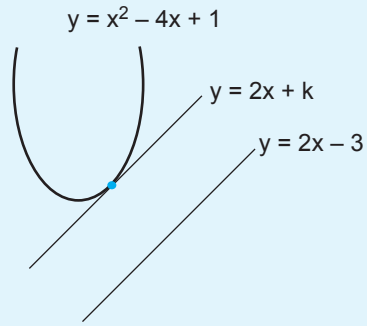
Cevap D seçeneğidir.

68) Bir parabolü kesmeyen doğruya en yakın nokta;

Soru 68

$f(x) = x^2 - 4x + 1$ parabolünün $y = 2x - 3$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 68

En yakın noktadan çizilecek teğet doğruya paralel olmak zorundadır.

O halde $2x - 4 = 2$ ise $x = 3$ olur.

$$f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 1 = -2 \text{ 'dir.}$$

$(3, -2)$ noktası doğruya en yakın parabol noktasıdır. Toplamları 1 'dir.

Cevap A seçeneğidir.

TÜREV

69) Türev = Eğim soru tipi;

Soru 69

$y = 3\sqrt{x}$ eğrisinin $x = a$ noktasındaki teğeti y eksenini $(0, 3)$ noktasında kesiyor.

Buna göre a kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) -4 E) -1

Çözüm 69

Türev = Eğim ise $x = a$ için $y = 3\sqrt{a}$ dır.

$$f'(x_0) = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

$$\frac{3 \cdot 1}{2\sqrt{a}} = \frac{3\sqrt{a} - 3}{a - 0} \text{ olur.}$$

$$3a = 6a - 6\sqrt{a} \quad (\text{içler-dışlar çarpımı})$$

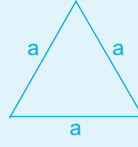
$$3a = 6\sqrt{a}$$

$$9a^2 = 36a$$

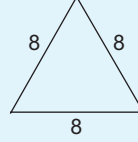
$$a = 4 \text{ olur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

Çözüm 70



En büyük alanlı ikizkenar üçgen eşkenar üçgendir.



$$\text{Alan} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3} \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

SIRADIŞANALİZ YAYINLARI

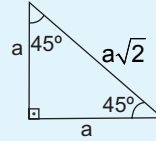
71) En büyük alanlı dik üçgen;

Soru 71

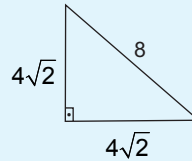
Hipotenüs uzunluğu 8 cm olan bir dik üçgenin alanı en çok kaç cm^2 olabilir?

- A) 6 B) 8 C)
- $8\sqrt{2}$
- D) 16 E)
- $16\sqrt{2}$

Çözüm 71



En büyük alanlı dik üçgen, ikizkenar dik üçgendir.



$$\text{Alan} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 16 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Cevap D seçeneğidir.

70) En büyük ikizkenar üçgen;

Soru 70

Çevre uzunluğu 24 br olan ikizkenar üçgenlerden en büyük alana sahip olanının alanı kaç br^2 dir?

- A) 16 B)
- $16\sqrt{3}$
- C) 32 D)
- $16\sqrt{2}$
- E) 20

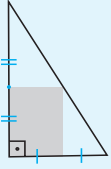
72) Üçgen içinde dikdörtgen;

Soru 72

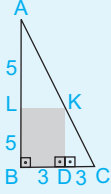
Bir ABC üçgeninde, $|BC| = 6$ cm ve $h_a = 10$ cm ise üçgen içine yerleştirilecek en büyük alanlı dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 21 B) 20 C) 18 D) 16 E) 15

Çözüm 72



Bir üçgenin içindeki en büyük alanlı dikdörtgen kenarları ortaltan dikdörtgendir. (Kare değildir!!!)



Eğer üçgenin nasıl olduğu verilmemişse dik üçgen kabul edebiliriz.

$A(BDKL) = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$ olur.

Cevap E seçeneğidir.

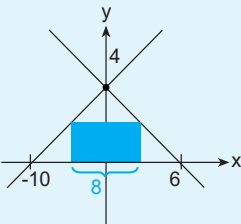
73) Koordinatta üçgen içinde dikdörtgen;

Soru 73

$5y - 2x = 20$ ve $3y + 2x = 12$ ve x eksenine ile sınırlanan üçgenin içine çizilen en büyük alanlı dikdörtgenin alanı kaç br^2 dir?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm 73



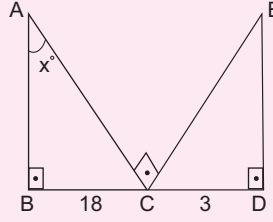
Bir önceki soruda da belirttiğimiz gibi üçgen içindeki en büyük alanlı dikdörtgen kenarları ortaltan dikdörtgendir.

Alan = $2 \cdot 8 = 16 \text{ br}^2$ olur.

Cevap C seçeneğidir.

74) İki dik üçgen, iç içe hipotenüs ve birbirine dik uzunlukları;

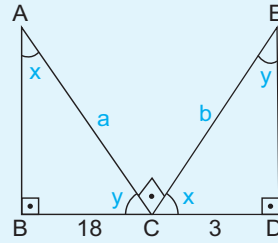
Soru 74



Şekilde B, C, D doğrusal $m(\text{BAC}) = x^\circ$ ise $\tan x$ 'in hangi değeri için, $|AC| + |CE|$ en küçüktür?

- A) $\sqrt[3]{6}$ B) $\sqrt{6}$ C) 6 D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $\frac{\sqrt[3]{6}}{2}$

Çözüm 74



$$\sin x = \frac{18}{a} \text{ ve } \cos x = \frac{3}{b}$$

$$a = \frac{18}{\sin x} \text{ ve } b = \frac{3}{\cos x} \text{ olur.}$$

$$a + b = \frac{18}{\sin x} + \frac{3}{\cos x} \text{ tir. Türev alalım,}$$

$$\frac{3 \sin x}{\cos^2 x} - \frac{18 \cos x}{\sin^2 x} = 0 \text{ olmalı.}$$

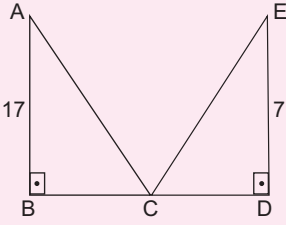
$$3 \sin^3 x = 18 \cos^3 x$$

$$\frac{\sin^3 x}{\cos^3 x} = 6 \text{ ise } \tan x = \sqrt[3]{6} \text{ bulunur.}$$

Cevap A seçeneğidir.

75) İki dik üçgenin türevle ilgili durumu;

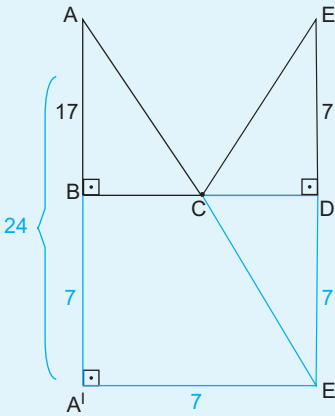
Soru 75



B, C, D **doğrusal noktalar** ve $|BD| = 7$ br ise $|AC| + |CE|$ 'nin en küçük değeri kaçtır?

- A) 10 B) 17 C) 24 D) 25 E) 27

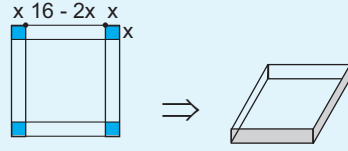
Çözüm 75



E noktasının D noktasına göre simetrisini alalım. $7 - 24 = -17$ üçgeninden $|AE| = |AC| + |CE| = 25$ br olur. Yani türev kullanmaya gerek yoktur.

Cevap D seçeneğidir.

Çözüm 76



$$\text{Hacim} = x \cdot (16-2x)^2$$

$$(\text{Hacim})' = 1 \cdot (16-2x)^2 + 2 \cdot (-2) \cdot (16-2x) \cdot x = 0$$

$$(16-2x) \cdot (16-2x-64x+8x^2) = 0$$

$$16-2x = 0 \text{ ise } x = 8 \text{ olamaz}$$

$$8x^2 - 66x + 16 = 0 \text{ ise}$$

$$4x^2 - 33x + 8 = 0$$

$$(4x-1) \cdot (x-8) = 0 \text{ ise } x = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

$$\text{Uzun kenar} = 16 - 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{31}{2} \text{ cm bulunur.}$$

Cevap A seçeneğidir.

76) Kutu oluşturma;

Soru 76

Bir kenar uzunluğu 16 cm olan kare şeklindeki beyaz kartonun her bir köşesinden eşkareler kesilip katlanarak üstü açık en büyük hacimli kutu yapılıyor.

Bu kutunun kare tabanın bir kenarı kaç cm 'dir?

- A) $\frac{32}{2}$ B) 11 C) $\frac{16}{3}$ D) 12 E) $\frac{25}{7}$

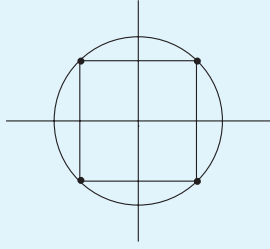
77) Çember içinde kare;

Soru 77

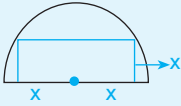
Köşeleri, yarıçapı 6 br olan bir çemberin üzerinde bulunan, en büyük alanlı dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 72 B) 36 C) 18 D) $36\sqrt{3}$ E) 48

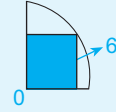
Çözüm 77



Bu şekil ana şekildir. Daha farklı olarak yarım çember yada çeyrek çember sorulsa dahi bu şekilden parça alınarak yapılabilir.

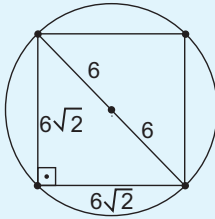


Yarım çember



Çeyrek çember

Soruya dönersek,

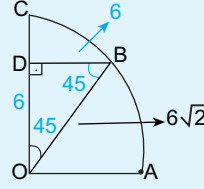


$$A(ABCD) = (6\sqrt{2})^2 = 72 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

Cevap A seçeneğidir.

Çözüm 78

Çember içindeki en büyük alanlı dik üçgen ikizkenar dik üçgendir.

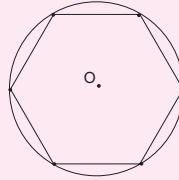


$$A(\triangle OBD) = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

79) Çember içinde altıgen;

Soru 79

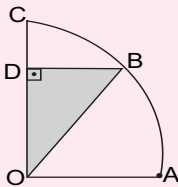


Şekildeki O merkezli çap uzunluğu 6 cm olan çemberin içindeki düzgün altıgenin maksimum alanı kaç cm^2 'dir?

- A) $14\sqrt{3}$ B) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ C) $13\sqrt{3}$
D) $\frac{29\sqrt{3}}{2}$ E) $15\sqrt{3}$

78) Çember içinde en büyük üçgen soruları,

Soru 78

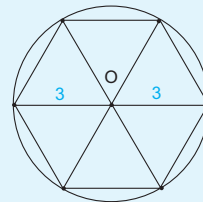


Yarıçapı $6\sqrt{2}$ cm olan çeyrek çemberin içinde $\triangle ODB$ dik üçgeni çizilmiştir.

$\triangle ODB$ 'nin alanının en büyük değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 18 E) 36

Çözüm 79



Çemberin içindeki altıgen 6 tane eşkenar üçgenden oluşur.

$$A(\text{Altıgen}) = 6 \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{54\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2 \text{ 'dir.}$$

Cevap B seçeneğidir.

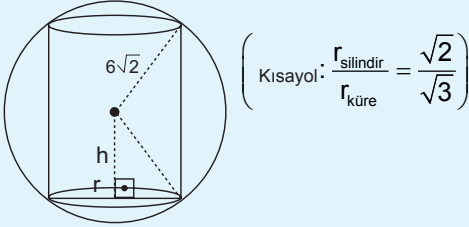
80) Küre içinde silindir;

Soru 80

Yarıçapı $6\sqrt{2}$ cm olan küre içine yerleştirilebilecek en büyük hacimli silindirin hacmi kaç $\pi \text{ cm}^3$ tür?

- A) $100\sqrt{3}$ B) $32\sqrt{6}$ C) $192\sqrt{6}$
D) $32\sqrt{3}$ E) $96\sqrt{6}$

Çözüm 80



$$\left(\text{Kısasol: } \frac{r_{\text{silindir}}}{r_{\text{küre}}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \right)$$

Her zaman r , h cinsinden yazılır!

$$r = \sqrt{72 - h^2} \text{ (Pisagor) } \quad \text{Hacim} = \pi r^2 \cdot h$$

$$\text{Hacim} = \pi \cdot (\sqrt{72 - h^2})^2 \cdot 2h$$

$$= \pi \cdot (144h - 2h^3) \text{ olur.}$$

$$(\text{Hacim})' = 144 - 6h^2 = 0 \text{ olur.}$$

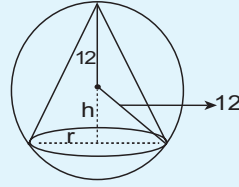
$$\text{Buradan } h = 2\sqrt{6} \text{ cm olur.}$$

$$\text{Hacim} = \pi \cdot (\sqrt{72 - (2\sqrt{6})^2})^2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{6}$$

$$= \pi \cdot 48 \cdot 4\sqrt{6} = 192\sqrt{6}\pi \text{ cm bulunur.}$$

Cevap C seçeneğidir.

Çözüm 81



$$r = \sqrt{144 - h^2}$$

$$H = \left(\frac{\pi \cdot (144 - h^2) \cdot (12 + h)}{3} \right)$$

$$H' = \frac{\pi}{3} [-2h(12 + h) + 144 - h^2] = 0$$

$$-2h^2 - 24h - h^2 + 144 = 0$$

$$h^2 + 8h - 48 = 0 \Rightarrow (h - 4) \cdot (h + 12) = 0$$

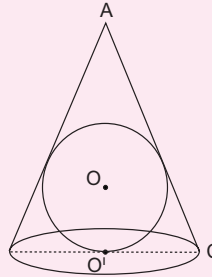
$$\Rightarrow h = 4 \text{ cm olur. Buradan}$$

$$h_{\text{koni}} = 12 + 4 = 16 \text{ cm bulunur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

82) Koni içinde küre;

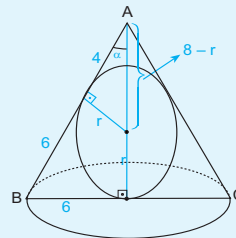
Soru 82



Taban yarıçapı 6cm yüksekliği 8cm olan bir dik koninin içine yerleştirilebilecek en büyük hacimli kürenin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 26π B) 28π C) 30π D) 36π E) 48π

Çözüm 82



Bu tip sorularda benzerlik teoremleri uygulanır.

$$\sin \alpha = \frac{r}{8 - r} = \frac{6}{10} \text{ ise,}$$

$$10r = 48 - 6r$$

$$16r = 48 \text{ ise } r = 3 \text{ cm}$$

$$\text{Alan(Küre)} = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

81) Küre içinde Koni;

Soru 81

Yarıçapı 12 cm olan küre içine yerleştirilen en büyük hacimli döne koninin yüksekliği kaç cm'dir?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 16 E) 20

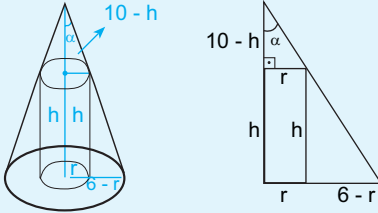
83) Koni içinde Silindir;

Soru 83

Taban yarıçapı 6 cm ve yüksekliği 10 cm olan döneel koni içine yerleştirilebilecek en büyük hacimli silindirin yüksekliği kaç cm 'dir?

- A) 1 B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{11}{10}$ D) $\frac{21}{8}$ E) 3

Çözüm 83



$$\tan \alpha = \frac{6}{10} = \frac{r}{10-h} = \frac{6-r}{h} \text{ ise,}$$

$$r = \frac{30-3h}{5} \text{ olur.}$$

$$V_{\text{silindir}} = \pi \left(\frac{30-3h}{5} \right)^2 \cdot h$$

$$V_{\text{silindir}} = \frac{\pi}{25} (900 - 180h + 9h^2) \cdot h$$

$$V_{\text{silindir}} = \frac{\pi}{25} (9h^3 - 180h^2 + 900h)$$

$$V' = (27h^2 - 360h + 900) \cdot \frac{\pi}{25} = 0$$

$$3h^2 - 40h + 100 = 0 \Rightarrow h = \frac{10}{3} \text{ cm olur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

84) $y = \frac{k}{x}$ eğrisinin orjine en yakın noktası;

Soru 84

$y = \frac{25}{x}$ eğrisinin orjine en yakın iki noktasının aralarındaki uzaklık kaç br dir?

- A) 10 B) $10\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{2}$ E) 8

Çözüm 84

$y = \frac{k}{x}$ eğrisinin orjine en yakın noktaları $A(a, a)$ ve $B(-a, -a)$ noktalarıdır.

$$a = \frac{25}{a} \quad a^2 = 25 \quad a = 5 \text{ veya } a = -5 \text{ dir.}$$

$A(5, 5)$ ve $B(-5, -5)$ arasındaki uzaklık

$$|AB| = \sqrt{(5 - (-5))^2 + (5 - (-5))^2} = 10\sqrt{2} \text{ olur.}$$

Cevap B seçeneğidir

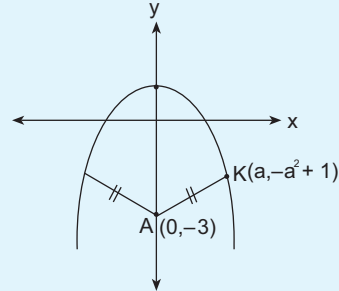
85) Eğrinin verilen noktaya en yakın noktası;

Soru 85

$y = -x^2 + 1$ parabolünün $A(0, -3)$ noktasına en yakın noktalarının ordinatı kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{-5}{2}$ E) -2

Çözüm 85



$$|AK| = \sqrt{a^2 + (-a^2 + 1 + 3)^2}$$

$$= \sqrt{a^4 - 8a^2 + 16 + a^2}$$

$$(|AK|)' = 4a^3 - 16a + 2a = 0$$

$$4a^3 - 14a = 0$$

$$a = 0, a = \frac{-\sqrt{14}}{2}, a = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

	$-\frac{\sqrt{14}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{14}}{2}$
$f'(x)$			
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
	en yakın	en uzak	en yakın

$$f\left(\frac{\sqrt{14}}{2}\right) = -\left(\frac{\sqrt{14}}{2}\right)^2 + 1 = \frac{-5}{2} \text{ olur.}$$

Cevap D seçeneğidir.

86) Polinomlarda Türevin Uygulanışı;

Soru 86

$P(x) = x^4 + ax^3 + 2x^2 + x + b$ polinomu $(x + 1)^2$ ile kalansız bölünebiliyorsa $a + 2b$ kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) 0 D) -4 E) -5

Çözüm 86

$$P(a) = P'(a) = P''(a) \dots = P^{(n-1)}(a) = 0$$

$$P(-1) = (-1)^4 + a(-1)^3 + 2(-1)^2 - 1 + b = 0$$

$$-a + b + 2 = 0$$

$$P'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 4x + 1$$

$$P'(-1) = 4(-1)^3 + 3a(-1)^2 + 4(-1) + 1 = 0$$

$$-4 + 3a - 4 + 1 = 0$$

$$a = \frac{7}{3}$$

$$b - \frac{7}{3} + 2 = 0$$

$$b = \frac{1}{3}$$

$$a + 2b = \frac{7}{3} + \frac{2}{3} = 3 \text{ olur.}$$

Cevap B seçeneğidir.

87) Türevin Fiziksel Yorumu;

Soru 87

Yol denklemi zamana bağlı $S(t) = t^2 + 4t + 8$ olan bir hareketlinin 5. saniyedeki anlık hızının, 5. saniyeye kadarki ortalama hızına oranı kaçtır? (t: saniye, S: metre)

- A) 1 B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{9}{14}$ D) $\frac{14}{9}$ E) $\frac{7}{3}$

Çözüm 87

$$V_{\text{ort}} = \frac{S(t) - S(t_0)}{t - t_0} \quad V(t) = S'(t)$$

$$V_{\text{ort}} = \frac{S(5) - S(0)}{5 - 0} = 9 \text{ m/s olur.}$$

$$V(t) = S'(t) = 2t + 4$$

$$V(5) = 2 \cdot 5 + 4 = 14 \text{ m/s olur.}$$

$$\frac{V(t)}{V_{\text{ort}}} = \frac{14}{9} \text{ bulunur.}$$

Cevap D seçeneğidir.