

Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

• **BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:**

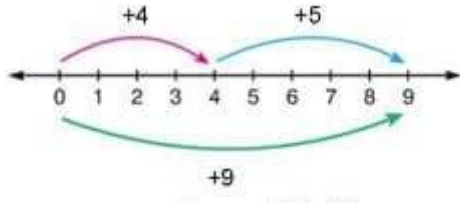
- ✓ Tam Sayılarla Toplama İşlemi
- ✓ Pullarla Toplama İşlemi
- ✓ Sayı Doğrusunda Toplama
- ✓ Tam Sayılarla Çıkarma İşlemi
- ✓ Pullarla Çıkarma İşlemi

TAM SAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİ

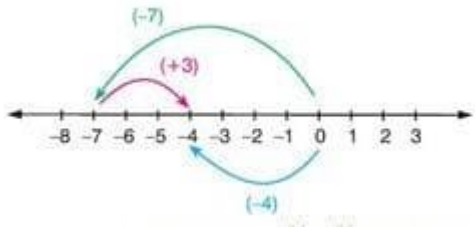
SAYI DOĞRUSUNDA TOPLAMA İŞLEMİ

Sayı doğrusunda toplama işlemi yapılırken toplanan sayılardan birincisinin büyüklüğü kadar sıfırdan başlayarak ok çizilir. Toplanan diğer sayının okunun başlangıç noktası, ilk okun bittiği yerdir. Sayı pozitif ise sağa doğru, negatif ise sola doğru hareket edilir. Sonuç sıfırdan başlanarak sayı doğrusunun altına çizilir.

ÖRNEK: $(+4) + (+5)$ işlemini sayı doğrusunda gösterelim.



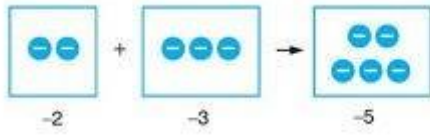
ÖRNEK: $(-7) + (+3)$ işlemini sayı doğrusunda gösterelim.



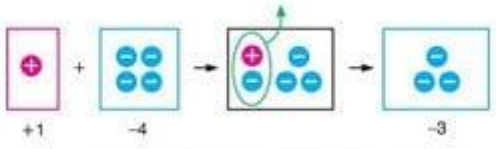
SAYMA PULLARI İLE TAM SAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİ

Sayma pullarında (+) pul +1 sayısını, (-) pul -1 sayısını temsil eder. (+) ve (-) pullunun oluşturduğu çift sıfır kabul edilir.

ÖRNEK: $(-2) + (-3)$ işlemini sayma pulları ile modelleyelim.



ÖRNEK: $(+1) + (-4)$ işlemini sayma pulları ile modelleyelim.



TAM SAYILARLA TOPLAMA İŞLEMİ

Aynı işaretli sayılarda toplama işlemi yapılırken sayıların mutlak değerleri toplanır ve sayıların ortak işareti sonuca verilir.

$(-5) + (-7)$ işleminde sayılar aynı işaretli olduğu için $5 + 7 = 12$ bulunur ve ortak işaret olan - sonuca yazılır.

$$(-5) + (-7) = -12$$

Ters işaretli sayılarda toplama işlemi yapılırken sayıların mutlak değerleri büyük olanından küçük olanı çıkarılır ve mutlak değeri büyük olan sayının işareti sonuca verilir.

$(-15) + (+8)$ işleminde sayılar ters işaretli olduğu için $15 - 8 = 7$ bulunur ve mutlak değerce büyük olan 15'in işaret olan - sonuca yazılır.

$$(-15) + (+8) = -7$$

ÖRNEK: $(-9) + (+12)$ işlemini yapalım. Burada $12 > 9$ olduğundan $12 - 9 = 3$ bulunur ve 12'nin işareti olan + sonucun işareti olur.

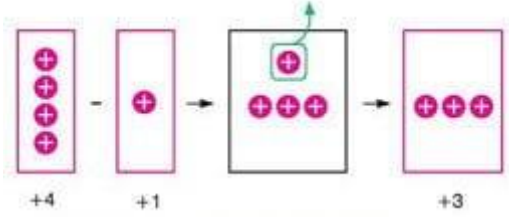
$$(-9) + (+12) = +3$$

TAM SAYILARDA ÇIKARMA İŞLEMİ

SAYMA PULLARI İLE TAM SAYILARDA ÇIKARMA İŞLEMİ

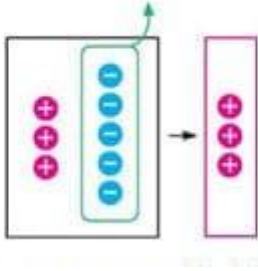
Sayma pullarında (+) pul +1 sayısını, (-) pul -1 sayısını temsil eder. (+) ve (-) pullunun oluşturduğu çift sıfır kabul edilir. Çıkarma işleminde bizim elimizdeki pullardan istenilen pulları çıkarmamız esastır.

Örnek: $(+4) - (+1)$ işlemini sayma pulları ile modelleyelim.



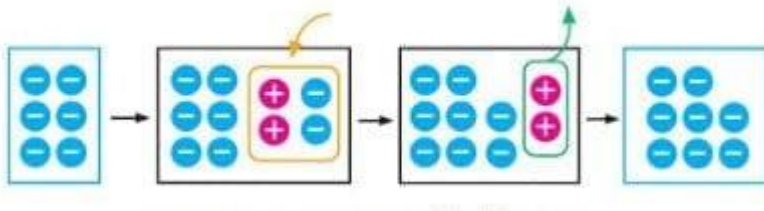
(Elimizde 4 tane (+) pul vardı, bizden bir tane (+) pulu çıkarmamızı istedi biz de çıkardık =)

ÖRNEK: $(-2) - (-5)$ işlemini sayma pulları ile modelleyelim.



(Elimizde 2 tane (-) pul var, bizden 5 tane (-) pul istiyor. Elimizde olmadığı için dışarıdan içinde 3 tane (-) 3 tane (+) pul bulunan 0 Çifti getiriyoruz. Şimdi elimizde 5 (-) ve 3 (+) pul var. Bizden istediği 5 (-) pulu verdik bize kaldı 3 tane (+) pul.)

ÖRNEK: $(-6) - (+2)$ işlemini sayma pulları ile modelleyelim.



(Yukarıdaki örneğe benzer şekilde 6 (-) pulumuz var bizden 2 (+) pul çıkarmamızı istiyor. Dışarıdan içinde 2 (-) ve 2 (+) pul olan sıfır çifti getirdik. Çıkarmamızı istediği 2 (+) pulu çıkardık ve elimizde 8 (-) pul kaldı.)

TAM SAYILARLA ÇIKARMA İŞLEMİ

Tam sayılarla çıkarma işlemi toplama işleminden faydalanarak yapılır. Bildiğiniz gibi: $A - B = C$ işleminde A sayısına eksilen, B sayısına çıkan, C sayısına fark denir.

Çıkarma işlemi yapılırken çıkan sayının işareti değiştirilir ve çıkarma işlemi toplama işlemine dönüştürülür. Daha sonra toplama işlemi yapılır.

ÖRNEK: $(-3) - (+2)$ işlemini yapalım.

İşlemi toplama işlemine çevirmek için çıkan sayı olan +2'nin işaretini değiştiririz. Daha sonra toplama işlemi yaparız.

$$> (-3) - (+2)$$

$$= (-3) + (-2) \text{ * Aynı işaretli sayılarda toplamayı yukarıda öğrenmiştik}$$

$$= -5$$

ÖRNEK: $(-7) - (-5)$ işlemini yapalım.

İşlemi toplama işlemine çevirmek için çıkan sayı olan -5'in işaretini değiştiririz. Daha sonra toplama işlemi yaparız.

$$> (-7) - (-5)$$

$$= (-7) + (+5) \text{ * Ters işaretli sayılarda toplamayı yukarıda görmüştük.}$$

$$= -2$$

ÖRNEK: $-8 - 3$ işlemini yapalım.

İşlemi toplama işlemine çevirmek için çıkan sayı olan 3'ün işaretini değiştiririz. 3'ün yazmasa bile pozitif bir sayı olduğunu biliyoruz. O yüzden -3'e dönüşür. Daha sonra toplama işlemi yaparız.

$$> -8 - 3 \text{ * Burada çıkan sayı olan 3 sayısı } +3 \text{ 'tür. - Burada işareti çıkarma işlemi temsil etmektedir.}$$

$$= -8 + (-3) \text{ * Aynı işaretli sayılarda toplamayı yukarıda öğrenmiştik}$$

$$= -11$$

Toplama İşleminin Özellikleri

- **BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:**
- ✓ Toplama İşleminin Özellikleri
- ✓ Değişme Özelliği, Birleşme Özelliği
- ✓ Ters Eleman, Etkisiz Eleman

TAM SAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

TOPLAMA İŞLEMİNİN DEĞİŞME ÖZELLİĞİ

Tam sayılarla toplama işlemi yaparken toplanan sayıların yerleri değiştirildiğinde toplam yani sonuç değişmez. Tam sayılarda toplama işleminin bu özelliğine **değişme özelliği** denir.

ÖRNEK: Aşağıdaki işlemleri inceleyecek olursak toplanan sayıların yerlerinin değişmesinin sonucu etkilemediğini görürüz.

$$3 + 5 = 8$$

$$5 + 3 = 8$$

ÖRNEK:

$$7 + (-3) = 4$$

$$(-3) + 7 = 4$$

TOPLAMA İŞLEMİNİN BİRLEŞME ÖZELLİĞİ

Üç veya daha fazla tam sayı ile toplama işlemi yaparken öncelikle hangi sayı çiftinin toplandığının işlem sonucuna bir etkisi yoktur. Tam sayılarda toplama işleminin bu özelliğine **birleşme özelliği** denir.

ÖRNEK: $1+2+3$ işlemini yapalım. Bu işlemi yaparken önce hangi iki sayıyı topladığımız sonucu etkilemez.

$$(1 + 2) + 3 \quad | \quad 1 + (2 + 3)$$

$$3 + 3 = 6 \quad | \quad 1 + 5 = 6$$

Değişme ve birleşme özelliği işlem yaparken pratik yapmamıza yardımcı olabilir.

$25 + 89 + 75$ işleminde önce $25+75$ 'i yapmak daha sonra 89 eklemek daha kolaydır.

TOPLAMA İŞLEMİNİN ETKİSİZ ELEMANI (BİRİM ELEMAN)

İşleme girdiğinde sonucu değiştirmeyen sayıya **etkisiz eleman** denir. Toplama işleminde bir sayıyı 0 (sıfır) ile topladığımızda sonuç toplanan sayı olur. Bu yüzden **toplama işleminin etkisiz (birim) elemanı sıfırdır**.

$$5 + 0 = 5$$

$$-3 + 0 = -3$$

$$0 + 7 = 7$$

TOPLAMA İŞLEMİNE GÖRE TERS ELEMAN

Bir tam sayı ile toplamı sıfıra eşit olan sayıya o tam sayının **toplama işlemine göre tersi** denir. Yani toplamı 0 olan iki sayı toplama işlemine göre birbirinin tersidir.

ÖRNEK: $5 + (-5) = 0$ olduğu için

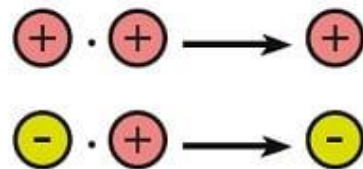
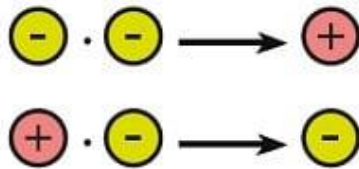
5'in toplama işlemine göre tersi -5 'tir.

-5'in toplama işlemine göre tersi +5 'tir.

ÖRNEK:

-32'nin toplama işlemine göre tersi +32'dir.

98'in toplama işlemine göre tersi -98'dir.



ÖRNEK: Aşağıdaki işlemlerde çarpılan sayılar aynı işaretli olduğu için cevap pozitiftir.

$$(+5) \cdot (+3) = + 15$$

$$(- 2) \cdot (- 4) = + 8$$

$$3 \cdot 7 = 21$$

ÖRNEK: Aşağıdaki işlemlerde çarpılan sayılar ters işaretli olduğu için cevap negatiftir.

$$(- 6) \cdot (+5) = - 30$$

$$8 \cdot (- 2) = - 16 \quad -3 \cdot 3 = - 9$$

ÇARPMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

ÇARPMA İŞLEMİNİN DEĞİŞME ÖZELLİĞİ

Çarpılan sayıların yeri değişse de işlemin sonucu değişmediği için **tam sayılarda çarpma işleminin değişme özelliği** vardır.

$$5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$$

$$(-7) \cdot 8 = 8 \cdot (-7)$$

BİRLEŞME ÖZELLİĞİ

Üç veya daha fazla tam sayı ile çarpma işlemi yaparken, çarpılan sayılardan herhangi iki tanesini parantezleyerek önce işleme almak sonucu değiştirmedeği için **Tam Sayılarda Çarpma İşleminin Birleşme Özelliği** vardır.

1.2.3 işleminde;

(1.2).3 şeklinde önce 1 ile 2'yi çarpıp, sonra çıkan sonucu 3 ile çarpmak,

1.(2.3) şeklinde önce 2 ile 3'ü çarpıp, sonra çıkan sonucu 1 ile çarpmak ile aynıdır.

ÇARPMA İŞLEMİNİN TOPLAMA VE ÇIKARMA ÜZERİNE DAĞILMA ÖZELLİĞİ

Çarpma işlemini toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağıtabiliriz.

$-5 \cdot (100 + 2)$ işleminde parantez dışındaki çarpan olan -5 'i içerideki sayılarla sırayla çarpabiliriz. Daha sonra içerideki işlem toplama olduğu için çıkan sonuçları toplarız.

$$-5 \cdot (100 + 2)$$

$$= (-5 \cdot 100) + (-5 \cdot 2)$$

$$= (-500) + (-10)$$

$$= -510$$

Burada **çarpma işleminin toplama üzerine dağılma özelliğini** gördük.

Eğer içerideki işlem çıkarma işlemi olsaydı **çıkarma üzerine dağılma** olacaktı. Dağılma özelliği zihinden işlem yapmamızı çok kolaylaştırır. Örnek verecek olursak:

$7 \cdot 98$ işlemini ele alalım. 98'in 100'den iki eksik olduğunu biliyoruz.

$7 \cdot (100 - 2)$ şimdi çarpmayı çıkarma üzerine dağıtalım.

$$= 7 \cdot 100 - 7 \cdot 2$$

$$= 700 - 14$$

$$= 686 \text{ cevabını buluruz.}$$

ÇARPMA İŞLEMİNİN ETKİSİZ ELEMANI (BİRİM ELEMAN)

İşleme girdiğinde sonucu değiştirmeyen sayıya **etkisiz eleman** denir. Çarpma işleminde bir sayıyı 1 (bir) ile çarptığımızda sonuç çarpılan sayı olur. Bu yüzden **çarpma işleminin etkisiz (birim) elemanı 1'dir.**

$$- 23 \cdot 1 = - 23$$

$$458 \cdot 1 = 458$$

ÇARPMA İŞLEMİNİN YUTAN ELEMANI

Hangi sayıyla işleme girerse girsün sonuç kendisi olan sayıya **yutan eleman** denir. Çarpma işleminde her sayının 0 (sıfır) ile çarpımı sıfıra eşittir. Bu yüzden **çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır.**

$$- 45 \cdot 0 = 0$$

$$985 \cdot 0 = 0$$

TAM SAYILARDA BÖLME İŞLEMİ

Kural: Tam sayılarla bölme işlemi yapılırken sayıların mutlak değerleri birbirine bölünür. Aynı işaretli iki tam sayının bölümü pozitif, ters işaretli iki tam sayının bölümü negatiftir.

ÖRNEK: Aşağıdaki işlemlerde bölünen sayılar aynı işaretli olduğu için cevap pozitiftir.

$$(+15) : (+3) = + 5$$

$$(- 12) : (- 4) = + 3$$

$$21 : 7 = 3$$

ÖRNEK: Aşağıdaki işlemlerde bölünen sayılar ters işaretli olduğu için cevap negatiftir.

$$(- 16) : (+4) = - 4$$

$$8 : (- 2) = - 4$$

$$-3 : 3 = - 1$$

NOT: Sıfırdan farklı bir tam sayı -1 ile çarpıldığında veya -1 'e bölüldüğünde işareti değişir.

ÖRNEK: -1 'in çarpmadaki ve bölmedeki etkisini inceleyelim.

$$45 \cdot -1 = -45$$

$$12 : -1 = -12$$

$$-5 \cdot -1 = +5$$

$$-3 : -1 = +3$$

İŞLEM ÖNCELİĞİ

İşlem yaparken hangi işlemi önce yapacağımızı aşağıdaki sıraya göre belirleriz:

✓ Önce üs alma işlemi yapılır

✓ Sonra parantez içindeki işlemler yapılır

✓ Daha sonra ÇARPMA veya BÖLME işlemi yapılır

✓ Son olarak TOPLAMA veya ÇIKARMA işlemi yapılır

✓ Birbirine göre önceliği olmayan işlemlerde (Çarpma ve bölmenin, toplama ve çıkarmanın birbirine göre üstünlüğü yoktur) işlem sırası soldan sağa doğru takip edilir.

Üslü İfadeler

• **BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:**

- ✓ Üslü Nicelikler
- ✓ Negatif Sayıların Kuvvetleri
- ✓ 10'un Kuvvetleri
- ✓ 0 ve -1'in Kuvvetleri
- ✓ Sıfırcı Kuvvet

TAM SAYILARIN KUVVETİ

a tam sayısını n kere kendisi ile çarpma işlemi: $a.a.a....a.a.a = a^n$ şeklinde gösterilir.

a^n sayısı **a'nın n. kuvveti** veya **a üssü n** olarak okunur. (Burada a'ya taban, n'ye üs veya kuvvet denir)

Bir sayının kendisi ile tekrarlı çarpımına o sayının kuvveti diyoruz. Bir sayıyı tekrarlı çarparak bu işlemin sonucunu bulmaya ise kuvvet alma diyoruz.

ÖRNEK:

$$5.5.5=5^3$$

(3 tane 5'in yan yana çarpılması, 5 üssü 3 veya 5'in 3. kuvveti diye okunur.)

$$(-7).(-7).(-7).(-7)=(-7)^4$$

(4 tane -7'nin tekrarlı çarpımı, -7 üssü 4 veya -7'nin 4. kuvveti diye okunur.)

NOT: Bir sayının 2. kuvvetine o sayının karesi, 3. kuvvetine ise o sayının küpü denir.

ÖRNEK: 2^3 sayısını "2'nin küpü" olarak okuyabiliriz. 3^2 sayısını da "3'ün karesi" olarak okuyabiliriz.

POZİTİF SAYILARIN KUVVETLERİ

Pozitif bir sayının bütün kuvvetleri pozitiftir.

$$7^2 = 49$$

$$3^4 = 81$$

SIFIRIN POZİTİF KUVVETLERİ

Sıfırın pozitif kuvvetleri 0'a eşittir.

$$0^1 = 0$$

$$0^2 = 0.0 = 0$$

$$0^{25} = 0$$

1'İN KUVVETLERİ

1'in bütün kuvvetleri 1'dir.

$$1^1 = 1$$

$$1^{32} = 1$$

NEGATİF SAYILARIN KUVVETLERİ

Negatif bir sayının çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

$$(-2)^2 = (-2).(-2) = +4 \text{ (üssü çift sayı olduğu için cevap pozitiftir)}$$

$$(-2)^3 = (-2).(-2).(-2) = -8 \text{ (üssü tek sayı olduğu için cevap negatiftir)}$$

NEGATİF SAYILARIN ÜSLERİNDE PARANTEZİN ÖNEMİ

Negatif bir sayının üssü alınırken en çok karşımıza çıkan veya çıkacak sorun da parantezdir. Şimdi parantez içindeki ve parantez olmadan iki sayının üssünü bir örnek ile inceleyelim.

-2^4 ve $(-2)^4$ arasındaki farkı görelim

-2^4 demek 2'yi 4 kere çarp başına (-) koy ile aynı şeydir. $-2^4 = -2.2.2.2 = -16$

$(-2)^4$ ise -2'yi 4 kere çarp demektir. $(-2)^4 = (-2).(-2).(-2).(-2) = +16$

Görüldüğü gibi ilki -16'ya ikincisi +16'ya eşittir. Buna dikkat etmeliyiz.

-1 'İN KUVVETLERİ

-1 'in tek kuvvetleri -1 , çift kuvvetleri $+1$ 'dir.

$$(-1)^{1453} = -1$$

$$(-1)^{2016} = +1$$

BİR SAYININ SIFIRINCI KUVVETİ

Sıfırdan farklı bir sayının sıfırinci üssü 1'e eşittir.

$$2^0 = 1$$

$$(-5)^0 = 1$$

SIFIR ÜSSÜ SIFIR (SIFIRIN SIFIRINCI KUVVETİ)

Sıfır üzeri sıfır belirsizdir. Değeri belirli değildir.

0^0 belirsizdir.

10'UN KUVVETLERİ

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1000$$

...

Yukarıda da görüldüğü gibi 10'un üzerindeki doğal sayı kaç ise 1'in yanına o kadar 0 koyarız.

$$10^{25} = 1000....000 \text{ (1'in yanına 25 tane 0 yazarız)}$$

Rasyonel Sayılar ve Sayı Doğrusunda Gösterme

- **BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:**

- ✓ Rasyonel Sayı Nedir?
- ✓ Rasyonel Sayı mı? Tanımsız mı? Belirsiz mi?
- ✓ Rasyonel Sayıları Sayı Doğrusunda Gösterme

RASYONEL SAYILAR

a bir tam sayı ve b sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir.

kesir çizgisi $\leftarrow \frac{a}{b} \rightarrow$ pay
payda

Tanımdan yola çıkarak şunlara ulaşabiliriz: Her doğal sayı ve tam sayı aynı zamanda rasyonel sayıdır. (Çünkü paydalarına 1 yazabiliriz.)

ÖRNEKLER: $-23; 135; 1,35; 0,3^-; -7; 0; 9-4-23; 135; 1,35; 0,3^-; -7; 0; 9-4$ sayıları birer rasyonel sayıdır.

Sıfırdan büyük rasyonel sayılara **pozitif rasyonel sayılar** denir.

Sıfırdan küçük rasyonel sayılara **negatif rasyonel sayılar** denir.

Sıfırın sıfıra bölümü belirsizdir.

0000 belirsizdir ve bu ifade rasyonel sayı değildir.

Sıfırın, sıfır hariç bir sayıya bölümü sıfırdır.

02,0-302,0-3 sayıları 0'a eşittir.

Bir sayının sıfıra bölümü tanımsızdır. Bu yüzden paydaya sıfır gelmez.

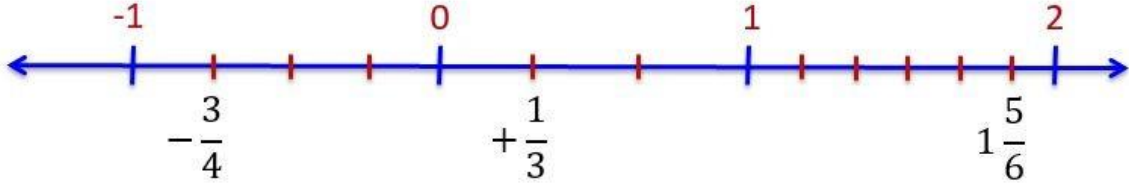
70,-1070,-10 ifadeleri tanımsızdır ve bu ifadeler rasyonel sayı değildir.

(-) işaretinin payda, paydada veya kesir çizgisinin önünde olması sonucu değiştirmez.

$-23=2-3=-23-23=2-3=-23$ gibi.

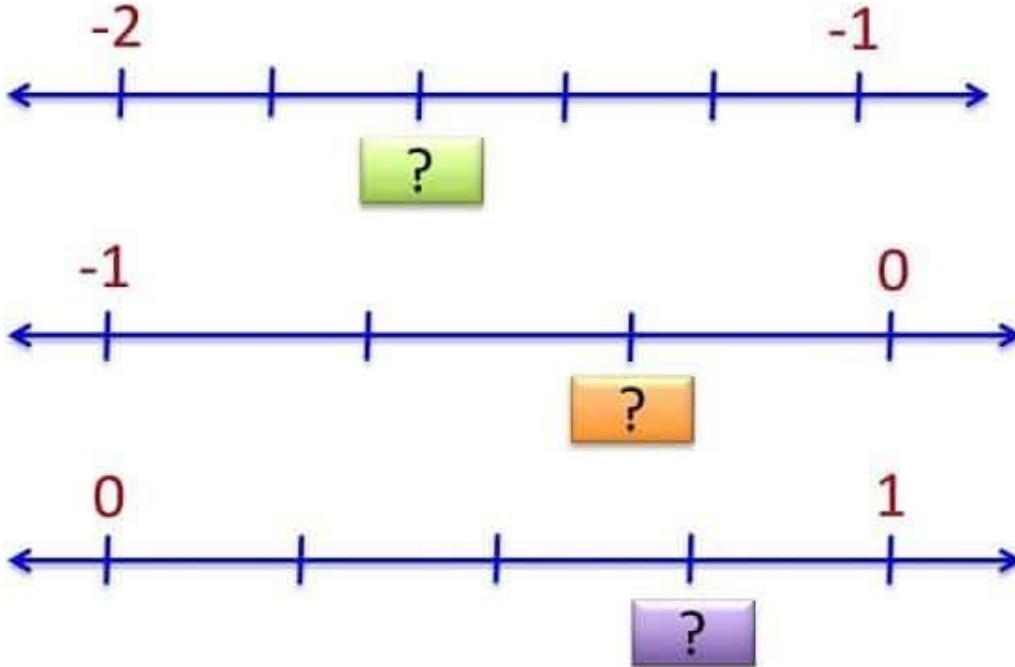
RASYONEL SAYILARI SAYI DOĞRUSUNDA GÖSTERME

Rasyonel sayılar sayı doğrusunda gösterilirken önce tam sayılı kesre dönüştürülür. Sonra tam kısmı kadar ilerlenir. (Pozitifse sağa, negatifse sola doğru) Daha sonra bu tam sayı ile bir sonraki tam sayı ile arası kesrin paydası kadar parçaya bölünür ve kesrin payı kadar ilerlenir. Bu ilerleme negatif sayılarda sola doğru pozitif sayılarda sağa doğrudur. Yani 0'dan uzaklaşırız.



Yukarıdaki örneğe bakacak olursak $1\frac{5}{6}$ kesri 1 ile 2 arasındadır. Dolayısıyla 1 ile 2 arası 6 parçaya bölünür ve 5 parça ilerlenip sayının yeri bulunur. $-\frac{3}{4}$ kesrine bakacak olursak bu basit kesir olduğu için 0 ile -1 arasındadır ve bu aralık 4 parçaya bölünür. Bu parçalardan sola doğru 3 parça ilerlenir ve kesrin yeri bulunmuş olur.

ÖRNEK: Aşağıdaki sayı doğrularında soru işareti yerine gelmesi gereken sayıları bulalım.



İlk sayı doğrusunda sayı -1 ile -2 arasında olduğu için sayının tam kısmı -1'dir. -1 ile -2 arasını 5 parçaya bölmüş ve bize sorulan parça üçüncü. (0'ın olduğu taraftan sayıyoruz.)

Buna göre sayımız $-135-135$

İkinci sayı doğrusunda sayımız 0 ile -1 arasında olduğu için basit kesirdir. 3 parçaya bölünmüş ve 1. parça olduğu için soru işareti yerine $-13-13$ gelmelidir.

Üçüncü sayı doğrusunda sayımız 0 ile 1 arasında olduğu için basit kesirdir ve 4 parçadan 3.sü olduğu için 3434 'tür.

Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi ve Devirli Sayılar

- **BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:**
- ✓ Rasyonel Sayıların Ondalık Açılımı
- ✓ Ondalık Sayıları Rasyonel Sayı Olarak İfade Etme
- ✓ Devirli Ondalık Sayılar

RASYONEL SAYILARIN ONDALIK GÖSTERİMİ

Rasyonel sayıları ondalık gösterimle de gösterebiliriz. Bunun için şu yöntemleri kullanabiliriz:

1) PAYDAYI 10'UN KUVVETİ YAPMA

Paydası 10, 100, 1000 gibi 10'un pozitif tam sayı kuvveti olan veya olabilen kesirlere "**ondalık sayı**" denir. Ondalık sayılar aynı zamanda rasyonel sayıdır. Rasyonel sayıları ondalık gösterimle göstermek için kesri, paydası 10, 100, 1000 gibi 10'un kuvveti olacak şekilde genişletilmelidir.

ÖRNEK: $\frac{65}{65}$ rasyonel sayısını ondalık gösterimle gösterelim.

Öncelikle bu kesrin paydasını 10 yapmak için 2 ile genişletelim. Paydası 10 olduğu için 12 sayısına virgülü 1 ile 2 arasına koyarız. Çünkü 10'da bir tane sıfır vardır bu yüzden virgülden sonra bir tane rakam olmalıdır.

$\frac{65}{65} = \frac{1265}{1265} = 1,2$ olur.

ÖRNEK: $\frac{720}{720}$ rasyonel sayısını ondalık gösterimle gösterelim.

Bu kesri 5 ile genişletirsek paydası 100 olur. Payı 35, paydası 100 oldu. Paydası 100 olduğu için ve 100'de 2 tane sıfır olduğu için virgülden sonra 2 tane rakam olmalı. Virgülün önüne de sıfır koyarız.

$\frac{720}{720} = \frac{35100}{35100} = 0,35$ olur.

NOT: Paydanın 10, 100 ve 1000 yapılması için önce kesir sadeleştirilebiliyorsa sadeleştirilmelidir. Ardından uygun bir sayı ile genişletilmelidir. Aşağıda hangi sayı ile hangi sayıyı çarparsak 10'un kuvvetini bulabiliriz sorusuna bir kaç örnek verilmiştir.

$$100 = 4 \cdot 25$$

$$100 = 5 \cdot 20$$

$$1000 = 8 \cdot 125$$

$$1000 = 20 \cdot 50$$

$$1000 = 25 \cdot 40$$

2) PAYI PAYDAYA BÖLEREK ONDALIK GÖSTERİME ÇEVİRME

Bir rasyonel sayının payını paydasına bölerek ondalık gösterimle ifade edebiliriz.

Şimdi bunu bir örnekle açıklayalım.

ÖRNEK: 3535 rasyonel sayısını ondalık gösterimle gösterelim.

3'ü 5'e bölerken 3'ün içinde 5 olmadığı için 3'ün yanına bir tane sıfır koyarız ve bölüm kısmına virgöl koyarız. Daha sonra 30'u 5'e böler 6 buluruz.

ÖRNEK: $-\frac{14}{14}$ rasyonel sayısını ondalık gösterimle gösterelim.

1'in içinde 4 olmadığı için 1'in yanına sıfır ekleriz, bölüme virgöl koyar ve böleriz.

Daha sonra 2'nin yanına bir tane sıfır ekleriz. Burada eklediğimiz sıfır için bölümde bir değişiklik yapmayız. Sonuç $-0,25$ olur.

ÖRNEK: $\frac{79}{79}$ sayısını ondalık gösterimle gösterelim.

$$\begin{array}{r}
 7 \overline{) 9} \rightarrow 70 \overline{) 9} \rightarrow \begin{array}{r} 70 \overline{) 9} \\ \underline{63} \\ 70 \\ \underline{63} \\ 7 \\ \vdots \end{array}
 \end{array}
 \quad \text{den} \quad \frac{7}{9} = 0,77...$$

Bu örnekte görüldüğü gibi bazı sayıların ondalık gösterimlerinde sonsuza kadar tekrar eden sayılar bulunur. Aşağıda bunları devirli ondalık sayılar olarak anlatacağız.

ONDALIK GÖSTERİMLERİ RASYONEL SAYI OLARAK YAZMA

Ondalık sayı virgül yokmuş gibi paya yazılır. Paydadaki 1'in yanına ise sayıda virgülden sonra kaç tane rakam varsa o kadar 0 konulur.

ÖRNEK: 1,2 sayısını rasyonel sayı olarak ifade edelim.

Paya 12 yazarız. Sayıda virgülden sonra 1 tane rakam olduğu için paydaya 10 yazılır.

$1,2 = \frac{12}{10}$ olur.

ÖRNEK: 3,14 sayısını rasyonel sayı olarak yazalım.

Paya 314 yazarız ve paydaya 100 yazarız. En son sadeleştirme yaparız.

$3,14 = \frac{314}{100} = \frac{157}{50}$ olur.

DEVİRLİ ONDALIKLI SAYILAR

Bir rasyonel sayı ondalık gösterimi ile yazıldığında, ondalık kısmındaki sayılar belirli bir rakamdan sonra sonsuza kadar tekrar ediyorsa bu tür ondalık gösterimlere **devirli ondalık gösterim** denir. Devirli ondalık sayılarda tekrar eden rakamların üzerine **devir çizgisi** konularak gösterilir.

ÖRNEK: $\frac{23}{3}$ sayısını ondalık gösterimle yazalım.

Bu sayıyı ondalık gösterimle gösterirsek şunu

buluruz: $\frac{23}{3} = 0,6666... = 0,6\overline{6}$

Burada 6 sayısı tekrar ettiği için 6'nın üzerine çizgi koyarız. Bu çizgi 6'nın tekrar ettiği anlamına gelir.

ÖRNEK: $\frac{2511}{11}$ rasyonel sayısının ondalık gösterimini hesap makinesiyle bulalım.

Hesap makinesinde 25'i 11'e bölersek şu sonuca

ulaşırız: $\frac{2511}{11} = 2,272727272... = 2,27\overline{27}$

DEVİRLİ ONDALIK SAYILARI RASYONEL SAYIYA DÖNÜŞTÜRME

Devirli ondalık sayıları rasyonel sayıya dönüştürürken (kesir haline) şu adımlar takip edilir:

1) Virgül ve devir çizgisi dikkate alınmadan okunan sayıdan, üzerinde devir çizgisi olmayan sayı çıkarılır ve paya yazılır.

2) Paydaya ise virgülden sonraki devreden basamak sayısı kadar 9 yazılır ve yanına devretmeyen sayı kadar sıfır yazılır.

FORMÜL: Sayının Tamamı – Devretmeyen Kısım $\frac{\text{virgülebakılmaksızın Devreden rakam kadar 9 Devretmeyen rakam kadar 0}}{\text{virgülden sonrasının}} \frac{\text{virgülebakılmaksızın Devreden rakam kadar 9 Devretmeyen rakam kadar 0}}{\text{virgülden sonrasının}}$

FORMÜLE ÖRNEK: a,b,c,d,e birer rakam olmak üzere:

ÖRNEK: 1,234343434... sayısını kesir olarak yazacak olursak (devreden sayı 34 olduğu için 34'ün üzerinde devir çizgisi olur); $1,234343434... = 1,234\overline{34}$ sayısında yukarıdaki kuralı uyguluyoruz.

$1234 - 12990 = 1222990$ bulunur.

Rasyonel Sayıları Karşılaştırma ve Sıralama

- **BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:**
- ✓ Paydaları Eşit Rasyonel Sayıları Sıralama
- ✓ Payları Eşit Rasyonel Sayıları Sıralama
- ✓ Sayı Doğrusunda Sıralama
- ✓ Ondalık Sayıları Sıralama

RASYONEL SAYILARI SIRALAMA

PAYDALARI EŞİT RASYONEL SAYILARI SIRALAMA

Pozitif rasyonel sayılarda sıralama yaparken **paydalar eşitlenirse**, payı büyük olan büyüktür.

ÖRNEK: $32,75,3225$ $32,75,3225$ rasyonel sayılarını sıralayalım.
Bu kesirlerin paydalarını eşitleriz. Paydalar 50'de eşitlenir.

$32=7550,75=7050,3225=6450$ $32=7550,75=7050,3225=6450$ olur.
Paydaları eşitledikten sonra payı büyük olan kesir daha büyüktür.

Sıralama $3225<75<32$ $3225<75<32$ olur.

PAYLARI EŞİT RASYONEL SAYILARI SIRALAMA

Pozitif rasyonel sayılarda sıralama yaparken **paylar eşitlenirse**, paydası büyük olan küçüktür.

ÖRNEK: $1611,43,85$ $1611,43,85$ rasyonel sayılarını sıralayalım.

$1611,43,85$ $1611,43,85$ Bu kesirlerin paydalarını eşitlemekten önce paylarını eşitlemek daha kolaydır.

Paylar 16'da eşitlenir. $1611,43=1612,85=1610$ $1611,43=1612,85=1610$

Paylarını eşitledikten sonra paydası büyük olan daha küçüktür.

$43<1611<85$ $43<1611<85$

NEGATİF RASYONEL SAYILARI SIRALAMA

Negatif rasyonel sayılar sıfırdan ve pozitif rasyonel sayılardan küçüktür. Negatif rasyonel sayılar kendi aralarında sıralanırken, pozitif rasyonel sayılardaki gibi sıralama yapılır. Sonra sıralamanın tam tersi alınır.

ÖRNEK: $-35,-12,79,23,0$ $-35,-12,79,23,0$ rasyonel sayılarını sıralayalım.

Negatif sayılar 0'dan küçüktür, pozitif sayılar 0'dan büyüktür. Bu yüzden negatifleri kendi arasında, pozitifleri kendi arasında sıralayalım.

Önce negatifleri paydalarını eşitleyerek

sıralayalım: $-35=-610,-12=-510$ $-35=-610,-12=-510$

Bu sayılar pozitif olsaydı soldaki büyük olurdu ancak negatif oldukları için sağdaki büyüktür.

Şimdi pozitifleri paydaları eşitleyerek sıralayalım: $23=69<79$ $23=69<79$

Şimdi tüm sayıları sıralayalım.

Sıralama: $-35<-12<0<23<79$ $-35<-12<0<23<79$ olur.

NOT: Rasyonel sayıları sıralarken sayı doğrusuna da kullanabiliriz. Sağdan kalanlar hep büyük olur, solda kalanlar hep küçük olur.

ONDALIK GÖSTERİMLE İFADE EDEREK SIRALAMA

Rasyonel sayıları ondalık gösterime çevirerek de sıralama yapabiliriz. Bunun için şunlara dikkat etmeliyiz:

- Pozitif ondalık sayıları sıralarken önce tam kısımlarına bakarız. Tam kısmı büyük olan daha büyüktür.
- Eğer tam kısımları eşitse onda birler, yüzde birler, binde birler,... basamaklarındaki rakamları sırayla karşılaştırırız.
- Pozitif ondalık sayıları kendi arasında, negatifleri kendi arasında sıralarız.
- Negatif sayılar 0'dan ve 0 da pozitif sayılardan küçüktür.
- Negatif sayıları pozitifmiş gibi sıralar ve daha sonra sıralamayı ters çeviririz.

ÖRNEK: $-45, -34, 3225, 2720$ rasyonel sayılarını ondalık gösterimle ifade ederek sıralayalım.

Önce bu sayıları ondalık gösterimle gösterelim.

$$\blacktriangleright -45 = -810 = -0,8 \quad -45 = -810 = -0,8$$

$$\blacktriangleright -34 = -75100 = -0,75 \quad -34 = -75100 = -0,75$$

$$\blacktriangleright 3225 = 128100 = 1,28 \quad 3225 = 128100 = 1,28$$

$$\blacktriangleright 2720 = 135100 = 1,35 \quad 2720 = 135100 = 1,35$$

Pozitif sayıların tam kısımları aynı olduğu için onda birler basamaklarını karşılaştırırız. 3 sayısı 2 den büyük olduğu için $1,35 > 1,28$

Negatif sayıları da tam kısımları eşittir. Onda birler basamağına bakarsak $8 > 7$ 'dir. Pozitif olsaydı $0,8 > 0,75$ olurdu ancak sayılar negatif olduğu için sıralama ters olur bu yüzden: $-0,75 > -0,8$

$$1,35 > 1,28 > -0,75 > -0,8 \quad 1,35 > 1,28 > -0,75 > -0,8$$

$2720 > 3225 > -34 > -45$ şeklinde sıralanır.

Rasyonel Sayılarla Toplama İşlemi ve Çıkarma İşlemi

• **BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:**

- ✓ Rasyonel Sayılarla Toplama İşlemi
- ✓ Toplama İşleminin Özellikleri
- ✓ Toplama İşleminin Etkisiz Elemanı
- ✓ Toplama İşleminde Ters Eleman

- ✓ Rasyonel Sayılarla Çıkarma İşlemi

RASYONEL SAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİ

Rasyonel sayılarda toplama işlemini yaparken [tam sayılarda toplama çıkarma işlemi](#), [tam sayılarla çarpma bölme işlemi](#) ve kesirlerle işlem yapma becerilerimizi kullanacağız. Zaten bu konuları iyi kavradıysanız bu konuda sıkıntı çekmezsiniz. Bu konunun kesirlerden farkı negatif sayılarla da işlem yapacak olmamız.

Kesirlerde toplama ve çıkarma işlemi yaparken payda eşitleniyordu. Aynı durum rasyonel sayılarda işlem yaparken de geçerli.

ÖRNEK: $32+(-14)+(-14)$ işlemini yapalım.

Önce paydalar eşitlenir: $32(2)+(-14(1))=64+(-14)$ $32(2)+(-14(1))=64+(-14)$

paydalar eşitlendikten sonra paydaki sayılar toplanır ve paya yazılır. Ortak payda sonucun paydasına yazılarak sonuç bulunur.

$64+(-14)=6+(-14)=54$ $64+(-14)=6+(-14)=54$ elde edilir.

Tam sayılı kesirlerde toplama işlemini bileşik kesre çevirerek yapabiliriz. Aynı şekilde ondalık gösterimle verilen sayıları da rasyonel sayıya çevirerek işlem yapabiliriz.

ÖRNEK: $1\frac{3}{4}+7\frac{2}{5}+0\frac{9}{10}$ işleminin sonucunu bulalım.

$74(5)+72(10)+910(2)=3520+7020+1820=12320$ $74(5)+72(10)+910(2)=3520+7020+1820=12320$ bulunur.

RASYONEL SAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

Rasyonel sayılarda toplama işleminin **değişme özelliği** vardır. Yani toplanan sayıların yeri değişse de işlemin sonucu değişmez.

ÖRNEK: Değişme özelliğini şu şekilde gösterebiliriz

► $-14+(-74)=-74+(-14)$ $-14+(-74)=-74+(-14)$

Rasyonel sayılarda toplama işleminin **birleşme özelliği** vardır. Yani üç veya daha fazla rasyonel sayı ile toplama işlemi yaparken, toplama işlemini önce istediğimiz iki sayı arasında yapabiliriz.

ÖRNEK: Birleşme özelliğini şu şekilde gösterebiliriz

► $(17+27)+(-57)=17+(27+(-57))$ $(17+27)+(-57)=17+(27+(-57))$

Rasyonel sayılarda toplama işleminin etkisiz elemanı 0'dır. Bir rasyonel sayıyı sıfır ile toplarsak sonuç yine aynı rasyonel sayı olur.

ÖRNEK: Etkisiz elemanı şu şekilde gösterebiliriz

► $-916+0=-916$ $-916+0=-916$

Toplamları 0 olan iki rasyonel sayı **toplama işlemine göre birbirinin tersidir**. Diğer bir ifade ile ters işaretli iki rasyonel sayı toplama işlemine göre birbirinin tersidir.

ÖRNEK: 521521 sayısı ile $-521-521$ sayısı birbirlerinin toplama işlemine göre tersidir.

RASYONEL SAYILARDA ÇIKARMA İŞLEMİ

Çıkarma işleminde de [tam sayılarda olduğu gibi](#) toplamaya dönüştürerek yapabiliriz.

Önce paydalar eşit değilse paydalar eşitlenir. Sonra çıkarma işlemi toplamaya dönüştürülür ve çıkan sayının işareti değiştirilir. En son olarak da toplama işlemi yapılır.

ÖRNEK: $-35--15-35--15$ işleminin sonucunu bulalım.

Paydalar eşit olduğu için payda eşitleme işlemi yapmıyoruz. Çıkarma işlemi toplamaya dönüştürürüz ve çıkan sayının işaretini değiştiririz.

$-35--15=-35++15-35--15=-35++15$ elde edilir.

Daha sonra toplama işleminde yaptığımız gibi ortak paydayı sonucun paydasına yazarız. Payları toplayıp sonucun payına yazarız.

$-35+15=-3+15=-25-35+15=-3+15=-25$ bulunur.

Tam sayılı kesirlerde çıkarma işlemi bileşik kesre çevirerek yapabiliriz. Aynı şekilde ondalık gösterimleri verilen sayıları da rasyonel sayıya çevirerek işlem yapabiliriz.

Rasyonel Sayılarla Çarpma İşlemi

• **BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:**

- ✓ Rasyonel Sayılarla Çarpma İşlemi
- ✓ Çarpma İşleminin Özellikleri
- ✓ Çarpma İşleminin Etkisiz Elemanı
- ✓ Çarpma İşleminin Yutan Elemanı
- ✓ Çarpma İşlemine Göre Ters Eleman
- ✓ 0, 1 ve -1 'in Etkisi

RASYONEL SAYILARDA ÇARPMA İŞLEMİ

Rasyonel sayılarda çarpma işlemi yaparken [tam sayılarda çarpmada](#) öğrendiklerimizi ve kesirlerde çarpmada öğrendiklerimizi kullanacağız. Kesirlerde öğrendiğimizin üzerine negatif sayılarla işlem yapmayı da öğreneceğiz.

- **Rasyonel sayılarda çarpma işlemi şunlara dikkat edilir:**
- ∇ Çarpılan sayılarda tam sayılı kesir varsa bileşik kesre çevrilir.
- ∇ Çarpılan sayılarda tam sayı varsa paydasına 1 yazılır.
- ∇ Varsa sadeleştirme yapılır. Sadeleştirme yaparken çarpılan sayılarda paydaki herhangi bir sayı ile paydadaki herhangi bir sayı sadeleştirilebilir.
- **İşlem yapılırken:**
- ∇ Çarpanlardaki paylar çarpılıp sonucun payına, paydalar çarpılıp sonucun paydasına yazılır.

ÖRNEK: $54 \cdot -32$ işleminin sonucunu bulalım.

$54 \cdot -32 = 5 \cdot (-3) 4 \cdot 2 = -158$ bulunur.

ÖRNEK: $-213 \cdot -27$ işleminin sonucunu bulalım.

Önce tam sayılı kesri bileşik kesre çeviriyoruz, sonra çarpma işlemi yapıyoruz.

$-213 \cdot -27 = -73 \cdot -27 = -1421 = 23 - 213 \cdot -27 = -73 \cdot -27 = -1421 = 23$ olarak bulunur.

Ondalık gösterimi verilen sayıları rasyonel olarak yazdıktan sonra çarpma işlemi yapabiliriz.

ÖRNEK: $-2.3,2$ işleminin sonucunu bulalım.

$-2.3,2 = -21 \cdot 3210 = -6410 = -325 - 2.3,2 = -21 \cdot 3210 = -6410 = -325$ olur.

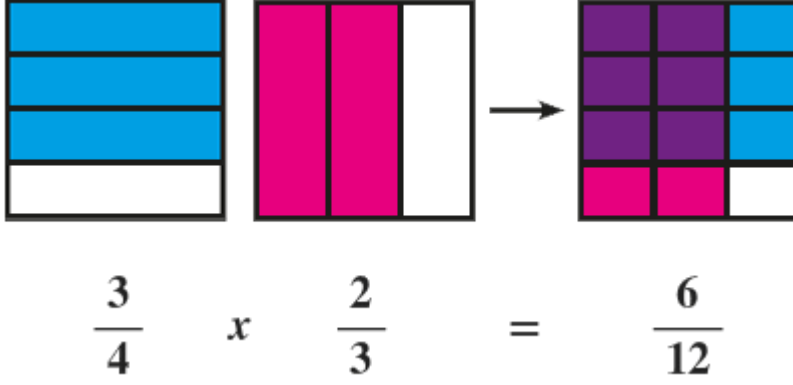
RASYONEL SAYILARDA ÇARPMA İŞLEMİNDE MODELLEME

Modelleme yapılırken çarpılan iki kesirden biri yatay biri dikey olarak ayrı ayrı modellenir ve üst üste konulur. İki renge de boyanmış küçük dikdörtgenlerin sayısının bütün dikdörtgenlere oranı da cevap olur.

ÖRNEK: $34 \cdot 23 = 612$ işlemini modelleyelim.

Bir dikdörtgeni 4 satıra böler 3 tanesini boyarız, aynı boyutta başka bir dikdörtgeni 3 sütuna böler 2 tanesini boyarız.

Bu iki dikdörtgeni üst üste koyduğumuzda her iki renge boyanmış dikdörtgen sayısı pay, toplam dikdörtgen sayısı payda olur.



RASYONEL SAYILARDA ÇARPMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

DEĞİŞME ÖZELLİĞİ

Çarpılan sayıların yeri değişse de işlemin sonucu değişmediği için rasyonel sayılarda **çarpma işleminin değişme özelliği** vardır.

ÖRNEK: Değişme özelliğini şu şekilde gösterebiliriz

$$\blacktriangleright -14 \cdot -74 = -74 \cdot -14 \quad -14 \cdot -74 = -74 \cdot -14$$

BİRLEŞME ÖZELLİĞİ

İkiden fazla sayı çarpılırken parantez koyup önce iki tanesini çarpıp sonuçla diğerini çarpmak sonucu değiştirmez. Buna **birleşme özelliği** denir.

ÖRNEK: Birleşme özelliğini şu şekilde gösterebiliriz

$$\blacktriangleright (17 \cdot 27) \cdot -57 = 17 \cdot (27 \cdot -57) \quad (17 \cdot 27) \cdot -57 = 17 \cdot (27 \cdot -57)$$

$$\blacktriangleright (249) \cdot -57 = 17 \cdot (-1049) \quad (249) \cdot -57 = 17 \cdot (-1049)$$

$$\blacktriangleright -10343 = -10343 - 10343 = -10343$$

DAĞILMA ÖZELLİĞİ

Çarpma işlemini toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağıtabiliriz.

Aşağıdaki örnekte çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini göstereceksiniz. Aynı şekilde aradaki işlem çıkarma olursa çarpmayı çıkarma üzerine dağıtırız.

$$\blacktriangleright 122 \cdot (445 + 6610) \quad 122 \cdot (445 + 6610)$$

$$\blacktriangleright (122 \cdot 445) + (122 \cdot 6610) \quad (122 \cdot 445) + (122 \cdot 6610)$$

$$\blacktriangleright (122 \cdot 225) + (122 \cdot 6610) \quad (122 \cdot 225) + (122 \cdot 6610)$$

$$\blacktriangleright 25 + 310 = 410 + 310 = 710 \quad 25 + 310 = 410 + 310 = 710$$

ÇARPMA İŞLEMİNDE 1'İN ETKİSİ (ETKİSİZ ELEMAN)

Bir sayıyı 1 ile çarparsak sonuç sayının kendisi olur. Bu yüzden "1" çarpma işleminin etkisiz elemanıdır.

ÖRNEK: Etkisiz elemanı şu şekilde gösterebiliriz

$$\blacktriangleright -916 \cdot 1 = -916 - 916 \cdot 1 = -916$$

ÇARPMA İŞLEMİNDE 0'IN ETKİSİ (YUTAN ELEMAN)

Bir sayıyı sıfır ile çarparsak sonuç "0" olur. Bu yüzden "0" çarpma işleminin yutan elemanıdır.

ÖRNEK: Yutan elemanı şu şekilde gösterebiliriz

$$\blacktriangleright -37 \cdot 0 = 0 - 37 \cdot 0 = 0$$

ÇARPMA İŞLEMİNDE -1'İN ETKİSİ

Bir sayıyı -1 ile çarparsak sonuç o sayının toplama işlemine göre tersi olur.

ÖRNEK: Çarpma işleminde -1'in etkisini şu şekilde gösterebiliriz

$$\blacktriangleright -23 \cdot (-1) = 23 - 23 \cdot (-1) = 23$$

ÇARPMA İŞLEMİNDE TERS ELEMAN

Çarpımları 1 olan iki rasyonel sayı çarpma işlemine göre birbirinin tersidir. Bir sayının çarpma işlemine göre tersini bulmak için pay ve paydasının yeri değiştirilir.

ÖRNEK: Bir sayının çarpma işlemine göre tersini şu şekilde gösterebiliriz

$\blacktriangleright$ -56-56 sayısının çarpma işlemine göre tersi -65-65 'tir.

Tam sayılı kesirlerin çarpma işlemine göre tersi bulunurken önce bileşik kesre çevrilir.

ÖRNEK: 213213 'ün çarpma işlemine göre tersi 3737'dir.

Tam sayıların çarpma işlemine göre tersi bulunurken paydasına 1 yazılarak ters çevrilir.

-7-7 'nin çarpma işlemine göre tersi -17-17 'dir.

Rasyonel Sayılarla Bölme İşlemi

• BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:

- √ Rasyonel Sayılarla Bölme İşlemi
- √ Ters Çevir Çarp Yöntemi

- ✓ Ortak Payda Algoritması
- ✓ 0, 1 ve -1'in Etkisi

RASYONEL SAYILARDA BÖLME İŞLEMİ

Rasyonel sayılarda bölme işlemi yaparken iki yöntem öğreneceğiz. Bunlardan biri ters çevir çarp yöntemi, diğer ise ortak payda algoritması.

TERS ÇEVİRİP ÇARPMA YÖNTEMİ

Bu yöntemde birbirine bölünen iki kesirden ilk (yani bölünen) kesir aynen yazılır, ikinci kesir (yani bölen) kesir ters çevrilerek ilk kesirle çarpılır. (çarpma işlemine göre ters çevirme). Bu aşamadan sonra [Rasyonel sayılarda çarpma işlemi](#)nde öğrendiğimiz şekilde çarpmayı yaparız.

Bölme işleminde şunlara da dikkat etmeliyiz:

▽ Bölünen sayılarda tam sayılı kesir varsa bileşik kesre çevrilir.

▽ Bölünen sayılarda tam sayı varsa paydasına 1 yazılır.

▽ Çarpmaya dönüştürdükten sonra varsa sadeleştirme yapılır. Sadeleştirme yaparken çarpılan sayılarda paydaki herhangi bir sayı ile paydadaki herhangi bir sayı sadeleştirilebilir.

ÖRNEK: $-34:15-34:15$ işleminin sonucunu bulalım.

Öncelikle birinci kesri aynen yazarız daha sonra ikinci kesri ters çevirip çarpma işlemini yaparız.

$-34:15=-34\cdot 51=-154-34:15=-34\cdot 51=-154$ bulunur.

ÖRNEK: $-213:(-134)-213:(-134)$ işleminin sonucunu bulalım.

İlk işlemimiz tam sayılı kesirleri bileşik kesre çevirmek. Daha sonra ters çevirip çarpma yöntemini uyguluyoruz. Çarpma işleminde pay ve paydadaki 7'leri sadeleştiririz.

$-213:(-134)=(-73):(-74)=(-73)\cdot (-47)=+43-213:(-134)=(-73):(-74)=(-73)\cdot (-47)=+43$

ORTAK PAYDA ALGORİTMASI

Ortak payda yönteminde bölünen iki kesrin paydası eşitlenir daha sonra **paylarının oranı** sonuç olarak yazılır.

ÖRNEK: Yukarıda yaptığımız $-34:15-34:15$ işleminin sonucunu ortak payda yöntemiyle bulalım.

$-34(5):15(4)=-1520:420=-154-34(5):15(4)=-1520:420=-154$ bulunur.

Önce paydaları eşitledik, daha sonra payların oranını sonuç olarak yazdık.

BÖLME İŞLEMİNDE 0'IN ETKİSİ

0 sayısının bir sayıya (sıfır hariç) bölümü 0'dır.

► $0:35=00:35=0$

Bir sayının 0'a bölümü tanımsızdır. (Bölen sayı ve payda sıfır olamaz.)

► $-25:0=-25:0$ ifadesi tanımsızdır.

BÖLME İŞLEMİNDE 1'İN ETKİSİ

1 sayısının bir sayıya bölümü o sayının çarpma işlemine göre tersidir

► $1:53=1\cdot35=351:53=1\cdot35=35$

Bir sayının 1'e bölümü o sayının kendisidir.

► $-279:1=-279-279:1=-279$

BÖLME İŞLEMİNDE -1'İN ETKİSİ

-1 sayısının bir sayıya bölümü çarpma işlemine göre tersinin toplama işlemine göre tersidir. Yani sayı hem ters döner hem işaret değiştirir.

► $-1:29=-1\cdot92=-92-1:29=-1\cdot92=-92$

Bir sayının -1'e bölümü o sayının toplama işlemine göre tersidir. (Ters işaretlidir)

► $27:(-1)=27\cdot(-11)=-27$

Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler

• **BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:**

- ✓ İşlem Önceliği
- ✓ Rasyonel Sayılarda Merdivenli İşlemler
- ✓ Rasyonel Sayılarda Çok Adımlı İşlemler

RASYONEL SAYILARDA ADIM ADIM İŞLEMLER

Birden fazla işlem içeren ifadelerle **çok adımlı işlemler** denir. Rasyonel sayılarda çok adımlı işlemlerde işlemlerin hangi sırayla yapılacağı () , [] gibi ayraçlarla yani parantezlerle belirtilir. İşlem önceliğine her zaman olduğu gibi bu konuda da dikkat ediyoruz.

İŞLEM ÖNCELİĞİ

- ▽ Önce Parantez içi işlemler yapılır.

- ▽ Sonra ÇARPMA veya BÖLME işlemi yapılır.
- ▽ Daha sonra TOPLAMA veya ÇIKARMA işlemi yapılır.
- ▽ Birbirine göre önceliği olmayan işlemlerde (Çarpma ve bölmenin, toplama ve çıkarmanın birbirine göre üstünlüğü yoktur) işlem sırası soldan sağa doğru takip edilir.

Rasyonel sayılarda adım adım işlemler nasıl çözülür bir örnekle görelim.

ÖRNEK: $310 - [72 + 52 \cdot 15] \cdot 25$ işleminin sonucunu bulalım.

Bu işlemi yaparken önce parantez içi işlemi yapacağız. Parantez içinde hem toplama hem çarpma olduğu için önce çarpmayı yapacağız. Çarpmayı yaparken 5'leri sadeleştirebiliriz.

$310 - [72 + 52 \cdot 15] \cdot 25 = 310 - [72 + 12] \cdot 25$ elde edilir.
Daha sonra parantez içindeki toplama işlemini yaparız. Çarpma ve çıkarmadan da önce çarpmayı yaparız. Çarpma işleminde sadeleştirme yapabiliriz.

$310 - 82 \cdot 25 = 310 - 85$ elde edilir.

Sadece çıkarma işlemi kaldı. Çıkarmada paydalar eşitlenir ve sonuç bulunur.

$310 - 85(2) = 310 - 1610 = -1310$ bulunur.

RASYONEL SAYILARDA ÇOK ADIMLI İŞLEMLER NASIL ÇÖZÜLÜR?

Kesir çizgisinin belirttiği bölme işlemi (eşittir hizasında olan veya en uzun çizgi olarak da düşünebilirsiniz) yapılmadan önce bunun payındaki ve paydasındaki işlemler yapılır. Şimdi bir örnek yapalım.

ÖRNEK: Aşağıdaki işlemin sonucunu bulalım.

$$\frac{1}{2 + \frac{3}{4}} = ?$$

İşleminde en uzun kesir çizgisinin yani eşittir hizasındaki kesir çizgisinin üstünde 1 var altında ise bir toplama işlemi var. Önce alttaki işlemi yapacağız.

Altta işlemin sonucunu bulduktan sonra uzun kesir çizgisinin belirttiği bölme işlemi yapılır. Bölme işlemini daha önceden öğrenmiştik. 1. kesir (paydaki) aynen yazılır 2. kesir (paydadaki) ters çevrilip çarpılır. Sonuç bulunur.

$$\frac{1}{\frac{11}{4}} = 1x \frac{4}{11} = \frac{4}{11}$$

Örnekleri çoğaltabiliriz. Bizim burada mantığı kavramamız gerekiyor. Önce pay ve paydadaki işlemler yapıyoruz. Sonra en son en uzun kesir çizgisinde bölme işlemi yapıyoruz.

Bir de içinde bilinmeyen bulunan merdivenli rasyonel denklemlerden örnek yapalım. Bu sorularda geriye doğru düşüneceğiz.

$$2 + \frac{12}{3 + \frac{7}{8-x}} = 5$$

Örnekle görelim:

Sorunun tamamına bakıyoruz.

2'ye kırmızı kutuyu ekleyince 5 olmuş.

O zaman kırmızı kutu 3 olacak.

Şimdi kırmızı kutuyu inceliyoruz.

12 mavi kutuya bölününce 3 olmuş.

O zaman mavi kutu 4 olacak.

$$2 + \frac{12}{3 + \frac{7}{8-x}} = 5$$

Şimdi mavi kutuyu inceliyoruz.

3'e yeşil kutuyu ekleyince 4 olmuş.

O zaman yeşil kutu 1 olacak.

Şimdi yeşil kutuyu inceliyoruz.

7'yi turuncu kutuya bölünce 1 olmuş.

O zaman turuncu kutu 7 olacak.

Şimdi turuncu kutuyu inceliyoruz.

Son olarak 8'den x'i çıkarınca 7 olacak.

O zaman $x = 1$ olarak cevabı buluruz.