

TEMEL KAVRAMLAR

İSTATİSTİĞİN TANIMI

- **İstatistik**; herhangi bir konuyla ilgili verilerin toplanması, düzenlenmesi, özetlenmesi, sunulması, uygun yöntemlerle analizi ve bu analizlerle elde edilen sonuçların yorumlanması ve bir karara bağlanması ile ilgilenir. Tanımdan da anlaşıldığı üzere istatistikten söz edebilmek için ilk önce veriye ihtiyaç duyulmaktadır.
- Daha dar anlamda ise istatistik terimi verilerin kendisini ya da verilerden elde edilen ortalama standart sapma vb. gibi değerleri ifade etmek için kullanılır. Bu şekilde; istihdam istatistikleri, kaza istatistikleri, ithalat ve ihracat değerleri gibi istatistiklerden söz edilir. Yukarıdaki genel tanıma göre istatistik, deskriptif (tasviri) ve indaktif (tahlili) istatistik olmak üzere ikiye ayrılmaktadır:
 - ✓ **Deskriptif (tasviri) İstatistik**
Tasviri istatistik olarak da adlandırılan deskriptif istatistik, herhangi bir konuyla ilgili verilerin toplanması, düzenlenmesi, özetlenmesi, söz konusu verilerin tablo ve grafikler hâlinde gösterilmesi ile ilgilenir.
 - ✓ **İndaktif (tahlili) İstatistik**
İndaktif istatistik, ilgilenilen konuyla ilgili tüm veriler arasından seçilen alt veriler kullanılarak analizlerin yapılması ve bu analizler ile elde edilen sonuçlar kullanılarak tüm birimler hakkında yorum yapılması ve bir karara bağlanması ile ilgilenir.

ANA KÜTLE VE ÖRNEK KAVRAMLARI

- Bir istatistiki araştırmada, araştırmaya konu olan bütün birimlere ana kütle denir.
- Bazı durumlarda üzerinde araştırma yapılan ana kütle sayılamayacak kadar birim ihtiva edebilir. Örneğin Karadeniz'deki hamsiler üzerinde bir araştırma yapılacaksa Karadeniz'deki tüm hamsiler ana kütleyle ifade etmektedir ki hamsilerin tamamını saymamız imkânsızdır. Bu durumda karşımıza sınırlı ve sınırsız ana kütle kavramları çıkmaktadır.
 - ✓ **Sınırlı ana kütle**; Araştırma konusu ile ilgili birimlerin çerçevesi çizilebiliyorsa bu ana kütle sınırlı ana küttir.
 - ✓ **Sınırsız ana kütle**; Araştırma konusu ile ilgili birimlerin çerçevesi çizilemediği durumlar sınırsız anakütleyi ifade etmektedir.

TAM SAYIM VE ÖRNEKLEME

- Ana kütle ile ilgili bilgi toplanmak istendiğinde tüm birimlerin teker teker incelenmesi gerekmektedir. Bu işleme tam sayım adı verilmektedir.
- Araştırmaya konu olan bütün birimlerin tamamına ulaşmak mümkün veya gerekli olmayabilir. Yukarıda ifade edildiği gibi mümkün olsa bile zaman ve maliyet gibi bazı kısıtlayıcılar nedeniyle tüm ana kütleyle ulaşmak mümkün olmayabilir. Bu gibi durumlarda ana kütlede tesadüfi yöntemlerle ana kütle birim sayısından daha az sayıda birimlerin seçilme işlemine örnekleme denir. Ana kütlede örnekleme yardımıyla seçilen birimler ise örnek olarak ifade edilmektedir.

ANAKÜTLE VE ÖRNEK HACMİ

- **Ana kütle hacmi**, ana kütleli oluşturan birimler topluluğudur ve genellikle **N** ile gösterilir.
- **Örnek hacmi** ise örneğe seçilen birim sayısıdır ve **n** ile gösterilir.

PARAMETRE VE İSTATİSTİK KAVRAMLARI

- ✓ Ana kütledeki bütün birimler üzerinden hesaplanan ölçülere parametre adı verilir. Örneğin bir fakültede okuyan öğrencilerin istatistik dersinden aldıkları notlar ile ilgili bir araştırma yapıldığında; istatistik dersini alan tüm öğrenciler ana kütleli temsil etmektedir. Ana kütleli temsil eden tüm öğrencilerin not ortalaması hesaplandığında elde edilen değer parametre değerini ifade etmektedir.
- ✓ Ana kütleli temsil etme gücüne sahip bir örnekteki verilerden hesaplanan ölçülere istatistik adı verilir. Yukarıda verilen örnekte istatistik dersini alan tüm öğrenciler arasından tesadüfi olarak seçilen 30 öğrencinin not ortalaması istatistik değerini ifade etmektedir.

İSTATİSTİĞE GİRİŞ

ÜNİTE 2

İSTATİSTİK VERİLERİ

VERİ TÜRLERİ

1- Değişken Sayısına Göre Veriler

Değişken sayısına göre veriler tek değişkenli veriler, iki değişkenli veriler ve çok değişkenli veriler olmak üzere üçe ayrılır.

Tek değişkenli veriler; Tek değişkenli verilerde araştırmaya konu her birim için tek bir veri elde edilir. Tek değişkenli veri, kümelerdeki verilerin değerleri açısından birbirlerinden ne kadar farklı veya benzer olduklarını tespit etmede kullanılabilir.

ÖRN;

Birimler	Öğrenci Sayısı
İktisat	120
İşletme	120
Ekonometri	50
Kamu Yönetimi	50
Çalışma Ekonomisi	50
Uluslararası İlişkiler	50
Yönetim Bilgi	50

Sistemleri	
------------	--

İki değişkenli veriler; Bu tarz veri kümeleri için birimler ile ilgili iki veri tespit edilir. İki değişkenli veri türlerinde değişkenler arasında bir ilişkinin olup olmadığı, ne yönde olduğu veya değişkenler açısından birimler arasında benzerlikler olup olmadığı araştırılabilir.

ÖRN;

Birimler	Öğrenci Sayısı	Başarı Ortalaması
İktisat	120	55
İşletme	120	56
Ekonometri	50	57
Kamu Yönetimi	50	65
Çalışma Ekonomisi	50	55
Uluslararası İlişkiler	50	64
Yönetim Bilgi Sistemleri	50	58

Çok değişkenli veriler; Araştırma konusu için üç ya da daha fazla veri elde edilmek istendiğinde çok değişkenli verilerden söz edebiliriz. Çok değişkenli veri türüne aşağıdaki gibi bir örnek verebiliriz.

ÖRN;

Bölümler	Kız Öğr. Sayısı	Erkek Öğr. Sayısı	Başarı Ortalaması
İktisat	50	70	55
İşletme	60	60	56
Ekonometri	30	20	57
Kamu Yönetimi	10	40	65
Çalışma Ekonomisi	25	25	55
Uluslararası İlişkiler	20	30	64
Yönetim Bilgi Sistemleri	15	35	58

Tablo'da birimler bir fakültedeki bölümlerden oluşmuştur. Bölümlere ait öğrenci sayısının cinsiyete göre dağılımı ve ortalama başarı puanı değişkenlerine göre veriler elde edilmiştir.

2- Ölçüm Türüne Göre Veriler

Veriler ölçüm türlerine göre nitel veriler (kalitatif) sayısal olmayan veriler ve nicel veriler (kantitatif) sayısal olan veriler şeklinde genel olarak iki şekilde sınıflandırılır. Değişkenlerin sayısal değer alıp almamasına göre veriler nitel ve nicel olarak sınıflandırılır.

Nitel veriler; Nitel veri, değişkenin vasfı ile ilgili sayısal olmayan bilgilerdir. Nitel veriyle birimlere ait sıfatlar ya da durumlar tespit edilir. Nitel veriler sınıflayıcı (nominal) ve sıralayıcı (ordinal) olmak üzere iki şekilde incelenebilir.

Sınıflayıcı (Nominal) Veriler ; Bu tür veriler için elde edilen değerler sayısal bir büyüklük ifade etmezler.

Örneğin araştırma konusuna göre sorulan cinsiyet, medeni durum, saç rengi, göz rengi, mesleği, okuduğu bölüm, doğduğu il, yaşadığı coğrafi bölge gibi değişkenlere verilen cevaplar nominal verilerdir.

Sıralayıcı (Ordinal) Veriler; Sıralayıcı verilerde ilgili değişkenin aldığı değerler açısından birbirlerine üstünlükler ya da önem derecesine göre bir sıralama söz konusudur.

Nicel Veriler ; Nicel veriler birimlerin sayısal özelliklerini gösteren değerlerdir. Araştırma konusu ile ilgili elde edilen her türlü sayısal değer nicel veri olarak ifade edilir. Nicel veriler kesikli ve sürekli olmak üzere iki şekilde incelenebilir:

Kesikli Veriler; Kesikli veriler, birimlere ait özelliklerin tam sayılarla ifade edildiği veri setleridir. Araştırma konusuna göre sorulacak sorulardan elde edilen değerler tam sayıdır (0, 1, 2, 3, ...vb). Mesela evli bir kadına "Kaç Çocuğunuz var?" sorusunu sorduğunuzda alacağınız cevap kesikli veridir.

Sürekli Veriler;

Sürekli veriler: Tam sayılar arasında sonsuz değer alabilen ölçü birimi ve kesirli değerler içeren veri setleridir. 86.25, 76.56, 78.89 gibi değerler sürekli verilere örnek verilebilir.

Aralık ölçeği ile ölçülmüş veriler: Bu ölçekte üzerinde durulan değişken belirli iki değer arasında sonsuz değer alabilir. Bu ölçekteki 0 değeri, ölçülen karakteristiğin olmadığını göstermez.

Oran ölçeği ile ölçülmüş veriler: Zayıftan kuvvetliye doğru sıraladığımız yukarıdaki ölçeklerin en hassas olanıdır. Ölçülen karakteristiğin sıfır olması o karakteristiğin olmadığını gösterir. Aynı şekilde ölçülen bir karakteristik diğerinin katları ile ifade edilebilir.

3- Kayıt Türüne Göre Veriler

4- Kesit Veriler; Kesit veriler, belirli bir anda veya belirli bir zaman aralığında toplanmış verilerdir. Bu tür verilerde veri değerlerinin önemi vardır. Farklı birimlere ait değerlerin aynı zamanda toplanması ile elde edilen veriler kesit verilerdir. Örneğin farklı gelir gruplarının belli bir zaman döneminde yaptıkları tüketim harcamaları ile ilgili değerler kesit verilerdir.

ÖRN;

Döviz Cinsi	TL. Karşılığı
1 Euro	2.320
1 ABD Doları	1.870
1 Japon Yeni	2.278
1 İngiliz Sterlini	2.832
1 Kanada Doları	1.770
1 İsveç Kronu	0.258
1 İsviçre Frangı	1.893

Zaman Serisi Verileri; Araştırma konusu ile ilgili değişkenin zaman içerisindeki değişimini gösteren bilgi zaman serisi verisi olarak ifade edilir. Zaman serileri araştırma konusuna göre günlük, haftalık, aylık veya yıllık şeklinde zaman periyodunda sunulabilir.

ÖRN;

Yıllar Türkiye’de	İşsizlik Oranı
2005	14,2
2006	12,8
2007	13,5
2008	15,4
2009	13,2
2010	11,1

Panel Veriler ; Aile, firma veya birey gibi ele alınan mikro birimlere ait kesit verilerin zaman serisi hâli panel veridir. Hatırlanacağı gibi kesit verileri, bir veya daha fazla birimlerle ilgili belirli bir anda veya belirli bir zaman aralığında toplanmış veriler olarak ifade edilmisti. Zaman serilerini ise ilgili değişkenin zaman içerisindeki değişimini gösteren bilgi olarak ifade edilmisti. Panel veriler birimler arasındaki farklılıkların ya da benzerliklerin belirli zaman periyodu içerisinde gözlemlenmesi ile elde edilir.

Örn;

Birimler	Aylar	Cinsiyet	Yaş Gelir	Harcama
1	OCAK	E	38	1190
2	ŞUBAT	E	45	1750
3	MART	K	35	1000
4	NİSAN	E	42	950
5	MAYIS	K	26	1250
6	HAZİRAN	E	28	1000

VERİNİN TAŞIMASI GEREKEN ÖZELLİKLER

Verinin Fonksiyonel Olması

Fonksiyonel veri toplayabilmek veri toplama ölçeklerini doğru hazırlamakla mümkündür. Araştırma konusu içinde problem doğru belirlenip sınırı çok net tespit edilmelidir. Veri hangi yöntemle toplanacaksa o yöntemin veri toplama aracı belirlenen sınırın dışına taşmayacak, problemin çözümü için gerekli tüm bilgileri içerecek şekilde hazırlanmalıdır.

Verinin Yeterli Olması

Veri toplama aracının hazırlanması aşamasında, araştırma problemi, problemi oluşturan alt problemlere ayrılmalıdır. Hazırlanan her alt problemin altına o alt probleme ilişkin toplanması gereken verileri sağlayacak sorular hazırlanmalı ve hazırlanan her soru alt problem ile ilişkilendirilerek soruların gerekliliği ya da gereksizliği saptanmalıdır.

Verinin Güvenilir Olması

Bir konuda elde edilen verinin aynı koşullar oluşturularak tekrarlandığında aynı verinin elde edilmesi, aynı bireyden aynı yanıtın alınması verinin güvenilir olduğu anlamına gelmektedir. Bilgi doğru ya da yanlış olabilir. Verinin güvenilirliği veri toplanan yer ya da kişi ile de ilgilidir.

Verinin Doğru Olması

Gerçek durumu olduğu gibi yansıtan veri doğru olarak kabul edilmektedir. Tarafli olmadan doğru örneklemden doğru bilgiler elde edilmelidir.

VERİ KAYNAKLARI

Canlı Veri Kaynakları

Bitki ve hayvanlar; Bu canlılara ilişkin veriler genelde gözlem ya da deneysel yöntemle toplanmaktadır. Verilerin toplanması uzun bir zaman dilimi gerektirmektedir. Bu canlılara ilişkin araştırmalar daha çok o canlıların yaşam biçimleri ile canlılar ve doğa dengesi ilişkisini belirlemeye yönelik olmalıdır.

İnsanlar; En çok kullanılan veri kaynağı insanlardır. İnsanlar günlük yaşantılarında çeşitli konulara ilişkin önemli görüşler geliştirmekte; sorunları görmekte ve hatta bireysel çözümler üretebilmektedirler.

Belgesel Veri Kaynakları

Yayınlanmış belgesel veri kaynakları; Bunlar kitap, ansiklopedi, gazete, dergi, araştırma, istatistikler vb. veri kaynaklarıdır. Her araştırma çalışmasında konuya ilişkin yeterli miktarda belge taranması gerekmektedir.

Yayınlanmamış belgesel veri kaynakları; Yayınlanmamış belge, bulgu, arşiv evraklar ve diğer dokümanlar birer veri kaynağıdır. Bu veriler ilgili olay ve olgularla ilişkilendirilerek araştırmayı belli sonuçlara götürebilecek nitelikte olabilmektedir.

Doğal Veri Kaynakları

Yaşayan doğal veri kaynakları; Doğada bulunan çeşitli varlıklar ve olaylar çeşitli alet ve yöntemlerle incelendiğinde araştırma için gereken veriler elde edilebilir. Toprak bilimi, deniz bilimi, gök bilimi, çevre bilimi vb. doğaya ilişkin bilim dallarında çalışan araştırmacılar, ilgili alanda doğadan bol miktarda veri toplayabilmektedirler.

Kalıntı doğal veri kaynakları; Bunlar toprak altında ve üstünde olan, daha önceki zamanlara ilişkin doğa kaynaklarından elde edilen verilerdir. Yapı kalıntıları, fosiller, mezarlar, tapınaklar, yaşanan döneme ilişkin araçlar vb. veri kaynaklarını oluşturmaktadır. Daha çok arkeoloji, sanat tarihi, uygarlık tarihi gibi daha önceki zamanlara ilişkin kültür yapısını ortaya koymaya çalışan bilim dallarındaki araştırmacılar tarafından başvurulanan veri kaynaklarıdır.

İSTATİSTİĞE GİRİŞ

ÜNİTE 3

İSTATİSTİK SERİLERİ

ZAMAN SERİLERİ

Gözlemlerin zaman birimlerine göre sınıflandırıldığı serilere zaman serileri denir. Dakikada akan su miktarı, bir web sitenin saatlik tıklanma sayısı, bir firmanın aylık satış miktarı, bir ülkenin yıllara göre işsizlik oranı vb. durumlar zaman serilerine örnek olarak verilebilir.

MEKÂN SERİLERİ

Söz konusu gözlemler mekâna göre sınıflandırılarak elde ediliyorsa bu serilere mekân serileri denir. İllere göre nüfus sayıları, bölgelere göre doğalgaz tüketim miktarları mekân serilerine örnek olarak verilebilir. Yine çeşitli üniversitelerdeki öğrenci sayıları, çeşitli üniversitelerdeki bilimsel yayın sayıları da mekân serilerine örnek verilebilir.

BİLEŞİK SERİLER

İki ya da daha fazla değişkenin birlikte değişimini gösteren serilere bileşikseriler denir. Tablo 3'te kız çocuklarına ait yaş, kilo ve boy değerleri verilmiştir. Tabloda görüleceği üzere aynı ölçüm biriminden elde edilmiş birden fazla değişken

birlikte izlenmektedir. SYF=3

FREKANS (BÖLÜNME) SERİLERİ

Gözlemlerin maddi bir özelliğe göre sıralanmasıyla bölünme serisi elde edilir. Mekân ve zaman özelliğinin dışında kalan özellikler maddi özellikler olarak kabul edilir. Örneğin cinsiyet, medeni durum, öğrenim durumu, üretim miktarı gibi özellikler birer maddi özelliktir.

Nitel (Kalitatif) Bölünme Serileri; Gözlemlerin nitel bir özelliğe göre bölünerek oluşturulduğu seri **nitel**

bölünme serisidir. Nitel özellik, sayısal değer alamayan özelliklerdir. Medeni durum, eğitim durumu ve cinsiyet nitel özelliklere örnek olarak verilebilir. Aşağıda herhangi bir işyerinin personelinin medeni durumu sayısı verilmiştir.

Medeni Durum	Personel Sayısı
Bekâr	9
Evli	32

Nicel (Kantitatif) Bölünme Serileri: Sayısal değer alan özelliklerin sınıflandırılması ile nicel seriler oluşmaktadır. İstatistiksel analizler bakımından oldukça önemli olan bu seriler üç başlıkta incelenebilir: Basit Seriler, Sınıflandırılmış Seriler ve Gruplandırılmış Seriler.

MUTLAK FREKANS SERİLERİ

Basit Seriler

Verilerin küçükten büyüğe veya büyükten küçüğe doğru sıralanmasıyla elde edilen serilerdir. Genelde X_i olarak tanımlanırlar. Basit serilerde gözlem sayısı n ile gösterilirse, serideki gözlem değerlerinin toplamı

$\Sigma = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$ şeklinde ifade edilebilir.

Sınıflandırılmış Seriler: Basit serinin daha anlaşılır hâle gelmesi için veriler sınıflandırılır. Sınıflandırılmış serilerde her bir X değerinin karşısına o değerin frekansı yani tekrarlanma sayısı yazılır. Mesela 100 kişilik bir sınıfta 20 farklı not varsa 100kişinin notu 20 sınıf hâlinde özetlenmiş olur.

Gruplandırılmış Seriler: Sınıflandırılmış serileri bir basamak daha genişleterek gruplandırılmış seriler oluşturulur. Genelde gözlem sayısının çok fazla olduğu durumlarda kullanılır. Böylece durum daha net görülebilir. Gruplamada gruplar genellikle eşit büyüklükte alınır. Gruplandırılmış bir seri altı adımda oluşturulabilir:

Adım 1: Elde edilen veriler basit seri hâline getirilir.

Adım 2: Verilerin en büyüğünden en küçük çıkarılarak değişim aralığı bulunur. Değişim Aralığı (K) = Xmax - Xmin

Adım 3: Olayın kaç grupta inceleneceği (m) belirlenir.

Adım 4: Sınıf büyüklüğü (a) belirlenir. Sınıf büyüklüğü dağılımdaki en büyük değerden en küçük değerin çıkarılıp grup sayısına bölünmesiyle elde edilir. Sınıf büyüklüğü aynı zamanda sınıf üst sınırı ile alt sınırı arasında farktır.

$$a = \frac{X_{max} - X_{min}}{m} = \frac{K}{m}$$

Adım 5: Serideki en küçük değere sınıf büyüklüğü eklenerek m adımda serideki en büyük değere ulaşacak şekilde gruplar oluşturulur.

Adım 6: Her guruba düşen değer sayısı belirlenir.

NİSİBİ FREKANS SERİSİ

Az önce bahsedilen dağılımlara mutlak frekans dağılımları denir. Bahse konu

olan sınıflandırılmış seriler hazırlanırken her değerin kaç kez tekrarlandığı karşısına yazılır. Aynı şekilde

gruplandırılmış seriler hazırlanırken her bir sınıf aralığına düşen değer sayısı karşısına yazılır. Elde edilen frekans değerleri sayımla elde edilir.

KÜMÜ LATİF FREKANS SERİLERİ

Kümü latif kelimesi, yığılmış, birikmiş veya toplanmış anlamına gelir. İki tip kümü latif frekans serisi hazırlamak mümkündür: "...den az

kümülatif frekans serileri" ve "...den çok kümülatif frekans serileri" "...den az kümülatif frekans serileri" oluşturulurken belirli bir değerden az

olan değerler sayılır. Gruplandırılmış serilerde ise sınıf üst sınırından küçük olan değerler sayılır. "...den az kümü latif frekans değerleri"

toplam frekansa oranlanarak "...den az nispi kümülatif frekans değerleri" elde edilebilir.

İSTATİSTİĞE GİRİŞ

ÜNİTE 4

GRAFİKLER

HİSTOGRAM

Histogram, gruplandırılmış seriler için oluşturulan bir dikdörtgenler dizisidir. Histogram, yatay ekseninde değişkenin aldığı değerlerin, düşey ekseninde ise frekansların bulunduğu ve her aralığın frekansı ile orantılı yüksekliklere sahip dikdörtgenlerin gösterildiği bir yoğunluk grafiğidir.

Bu dikdörtgenlerin tabanları gruplandırılmış serideki her bir sınıfın sınıf büyüklüğünü, yükseklikleri ise sınıf frekansını göstermektedir.

Histogram çizilirken yatay ekseninde gruplandırılmış serinin sınıf sınırları, dikey ekseninde ise frekanslar yer almaktadır. Sınıf aralıkları ve frekans değerleri eksenlerde belirlendikten sonra sınıf sınırlarının alt ve üst sınırlarından frekans değerlerine kadar birer dikme çizilir.

Örnek 1-) Bir sınıftaki 100 öğrencinin ağırlıklarına göre dağılımları aşağıda verilmiştir. Ağırlık dağılımının histogramını çizin.

Ağırlıklar	Öğrenci Sayısı
40-50	10
50-60	16
60-70	38
70-80	22
80-90	14



FREKANS POLİGONU

Frekans poligonu, histogramdaki sınıf sınırlarının orta noktalarını apsis sınıf frekanslarını ordinat kabul eden noktaların doğru parçaları ile birleştirilmesi ile elde edilen grafik çeşididir. Kısacası histogramı oluşturan dikdörtgenlerin üst kenarlarının orta noktaları birleştirilmek

suretiyle elde edilen grafiğe frekans poligonu denir. Frekans poligonu sınıf sınırlarının mümkün olduğunca küçültülmesi durumunda bir eğriye dönüşür. Söz konusu eğriye ise frekans eğrisi adı verilmektedir.

Örnek 2-) İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi'nde okuyan 100 öğrencinin istatistik dersinden aldığı notları sorularak aşağıdaki verilere ulaşılmıştır. Öğrencilerin istatistik dersinden aldığı notların histogramını ve frekans poligonunu çizin.

Notlar	Öğrenci Sayısı
20-29	1
30-39	6
40-49	11

50-59	12
60-69	18
70-79	16
80-89	22
90-99	14

KÜMÜ LATİF FREKANS GRAFİKLERİ

Daha önceki bölümde anlatılan “...den az kümülatif frekans dağılımları” ve “...den çok kümülatif frekans dağılımlarının” grafikleri koordinat sistemi üzerinde çizilebilir. Grafiklerin çiziminde yatay eksen de değişken değeri, düşey eksen ise kümülatif frekans değeri bulunur. Değişkenin aldığı değeri ile kümülatif frekansların kesiştiği noktaların birleştirilmesi ile kümülatif frekans dağılımlarının grafiği çizilmiş olur. Nispi ve kümülatif frekans dağılımlarına ait grafikleri elde etmek için düşey eksene nispi veya kümülatif frekans değeri yerleştirilmelidir. Kümülatif frekans poligonlarına oiv eğrileri de denir. Kısaca gruplandırılmış serilerin “...den az kümülatif frekans dağılımlarına” ait grafikler çizilirken üst sınıf sınırları “...den çok kümülatif frekans dağılımlarına” ait grafikler çizilirken ise alt sınıf sınırları kullanılmaktadır.

Örnek 3-) Örnek 2’de verilen öğrencilerin not dağılımını kullanarak “...den az kümülatif frekans dağılımlarının” ve “...den çok kümülatif frekans dağılımlarının” grafiklerini çiziniz.

Notlar	Öğrenci Sayısı
20-29	1
30-39	6
40-49	11
50-59	12
60-69	18
70-79	16
80-89	22
90-99	14

“...den az kümülatif frekans dağılımının” grafiğini çizmek için öncelikle “...den az kümülatif frekans değeri” elde edilir:

Gruplar	Frekanslar	...den az k. f.
20-29	1	1
30-39	6	7
40-49	11	18
50-59	12	30
60-69	18	48
70-79	16	64
80-89	22	86
90-99	14	100

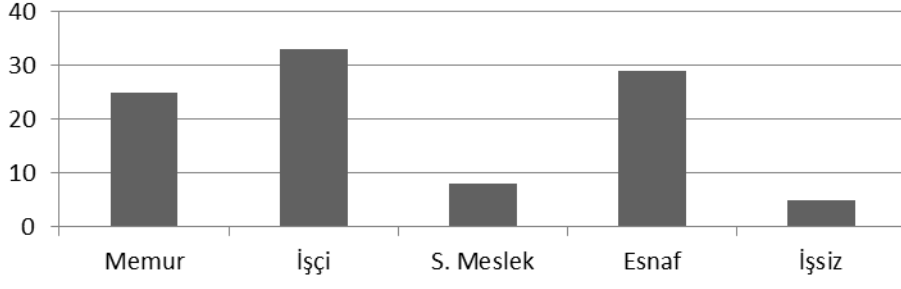
SÜTUN GRAFİĞİ

İkinci ünite de izah edilen nitel veya başka bir ifade ile kategorik veriler değişkenin vasfı ile ilgili sayısal olmayan verilerdir. Özellikle sosyal bilimlerde araştırma konuları gereği, daha fazla nitel veriler kullanılmaktadır. Nitel veride birimlere ait sıfatlar ya da durumlar tespit edilir. Nitel verilerin sunumu grafiklerle yapılabilir. Örneğin ülkelerin nüfus dağılımı, televizyon kanallarının prime-time izlenme oranları, siyasi partilerin seçimlerde aldıkları oy oranları, ülkelerin ihracat, ithalat veya üretim değeri grafiklerle gösterilebilir. Bu tip verilerin görsel olarak sunulması için çeşitli grafikler mevcuttur. Bu grafik çeşitlerinden biri de sütun grafiğidir.

Örnek 5-) Bir ilde yaşayan 100 şahsın meslekleri aşağıdaki gibi tespit edilmiştir. Bu verileri kullanarak sütun grafiğini çiziniz.

Meslekler	Frekanslar
Memur	25
İşçi	33
Serbest Meslek	8
Esnaf	29
İşsiz	5

SÜTUN GRAFİĞİ



DAİRE GRAFİĞİ

Daire grafiği yukarıda izah edilen sütun grafiği gibi kategorik verilerin sunumunda kullanılan bir grafik türüdür. Daire grafiği, nominal ölçekle elde edilmiş veriler, kategorik veriler veya az sayıda sınıfa ayrılabilen veriler için kullanılabilir. Daire grafiğinde her sınıf veya kategori sahip olduğu frekansla orantılı büyüklükteki dilimlerle gösterilmektedir. Şekil itibarıyla dilimlenmiş pastaya benzediği için bu grafiğe pasta grafiği de denilmektedir.

PARETO GRAFİĞİ

İlk kez İtalyan Ekonomist Pareto (1848-1923) tarafından bulunan Pareto grafiği söz konusu bilim adamının adıyla anılmaktadır. Pareto grafiği gelir dağılımları ile ilgili çalışmalarda tespit edilmiştir. Grafik hata ve maliyet analizleri için kullanılan basit bir yöntemdir. Pareto grafiği; bozuk ürünler, tamirler, arızalar, talepler, noksanlıklar veya kazalar ile mali kayıplar ve bunların sebepleri gibi, olayların görsel olarak meydana gelme frekanslarını gösteren bir tür frekans dağılım grafiğidir.

İSTATİSTİĞE GİRİŞ

ÜNİTE 5

PARAMETRİK MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

GİRİŞ

Merkezî eğilim ölçüleri, istatistiğin özetleme görevini en ileri seviyede gören istatistik ölçülerdir. Şöyle ki, 1000 birimlik bir seri, mesela 80 sınıf, yahut 15 grup hâlinde özetlenebildiği gibi serinin ortalaması alınmak suretiyle bu 1000 sayı bir tek birimle temsil edilebilmektedir. Merkezî eğilim ölçüleri başlıca iki gruba ayrılır:

1-) Serinin bütün birimlerine tabi olan merkezî eğilim ölçüleri

2-) Serinin bütün birimlerine tabi olmayan merkezî eğilim ölçüleri

Birinci gruba giren merkezî eğilim ölçülerine parametrik merkezî eğilim ölçüleri de denmektedir. Bu gruptaki merkezî eğilim ölçüleri serideki tek bir rakamın değişmesinden doğrudan doğruya etkilenirler. Bu sebeple parametrik merkezî eğilim ölçülerinin tamamı serideki aşırı uçların etkisinde kalırlar. Sınıf uçları belli olmayan gruplandırılmış serilerde sınıf değerleri hesaplanamayacağı için parametrik merkezî eğilim ölçülerinin hiçbirisi hesaplanamaz.

Bu gruptaki merkezî eğilim ölçüleri, aritmetik ortalama ($\bar{x}$), geometrik ortalama (G), harmonik ortalama (H) ve kareli ortalamadır (K). X İkinci grupta incelenecek merkezî eğilim ölçüleri ise serideki her bir değerden direkt olarak etkilenmeyebilir. Medyan, mod, kantiller ve ortalama kartil değerleri bu gruba giren merkezî eğilim ölçülerindendir. Bu ölçüler takip eden ünite de incelenecektir.

ARİTMETİK ORTALAMA ($\bar{X}$)

Yukarıda da temas ettiğimiz gibi, aritmetik ortalama serideki bütün rakamlardan etkilenen bir ortalamadır. İstatistiki uygulamalarda en çok kullanılan merkezî eğilim ölçüsüdür. Basit bir seride aritmetik ortalama serideki birimlerin toplamının birim sayısına bölümüyle elde edilir.

Yani, $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ şeklinde hesaplanır. Sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serilerde ise aritmetik ortalama, $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$ formülüyle

hesaplanır. Gruplandırılmış serilerde X değerleri sınıf orta noktalarını yani sınıf değerlerini gösterirler. X değerlerine ait tartılar varsa frekanslar yerine tartılar kullanılarak tartılı aritmetik ortalama hesaplanır. Tartılar t ile gösterilmek üzere tartılı aritmetik ortalama formülü,

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i X_i}{\sum_{i=1}^n t_i}$ şeklindedir. Tartılı aritmetik ortalama hesaplanırken kullanılan tartılar sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serideki frekanslar

gibi işlem görür.

Örnek 1-) Aşağıdaki basit serinin aritmetik ortalamasını hesaplayalım.

X
10
12
18
20

Basit serilerde aritmetik ortalama hesaplanırken önce serideki değerler toplanır. Örnekte yer alan serideki değerlerin toplamı $\sum_{i=1}^4 X_i = 60$ dir. Daha sonra bu toplam serideki değer sayısı olan 4'e bölünür. Böylece serinin

aritmetik ortalaması $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^4 X_i}{n} = \frac{60}{4} = 15$ olarak elde edilir.

Örnek 2-) Aşağıdaki sınıflandırılmış serinin aritmetik ortalamasını hesaplayalım:

X _i	f _i
4	1
5	2
7	4

Sınıflandırılmış serilerin aritmetik ortalaması hesaplanırken önce her bir X_i değişken değerinin tekrarlanma sayısını ifade eden f_i değeri ile çarpılır. Çarpım sonuçları aşağıdaki gibidir:

Daha sonra çarpım değerini toplarız. Çarpım değerleri toplamı, $\sum_{i=1}^n f_i X_i = 69$ dur. Bu

9	3
---	---

X_i	f_i	F_i
4	1	4
5	2	10
7	4	28
9	3	27

Aritmetik Ortalamanın Özellikleri

- Aritmetik dizi şeklinde artış veya azalış gösteren serileri en iyi temsil eden parametrik merkezî eğilim ölçüsüdür. Basit bir sayıya belirli bir sayının katlarının ilave edilmesiyle elde edilen diziye **aritmetik dizi** denir. Mesela 5 sayısına sabit bir sayı olan 3 sayısının sürekli olarak ilave edilmesiyle **5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 36, ...** serisi elde edilir. Bu seri aritmetik dizi şeklinde artışları gösteren bir seridir. Aritmetik ortalama aritmetik diziye benzeyen serileri de en iyi temsil eden merkezî eğilim ölçüsüdür.
- Serideki birimlerin aritmetik ortalamadan sapmalarının toplamı sıfırdır.

X_i	$(X_i - \bar{X})$
10	-5
12	-3
18	5
20	3

Yukarıdaki basit serinin aritmetik ortalaması 15'tir. Serideki değerlerden serinin aritmetik ortalaması çıkarıldığında bazı farklar negatif, bazı farklar pozitif işaretli çıkmaktadır. Bu farklar toplandığında sıfır çıkmaktadır. $\sum (X_i - \bar{X})^2 = 68$

X_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
10	-5	25
12	-3	9
18	5	9
20	3	25

Eşitlikteki $\bar{X}$ yerine A = 14 gibi bir başka değer koyduğumuzda bulacağımız $\sum (X_i - A)^2$ toplamı $\sum (X_i - \bar{X})^2$ toplamından büyük çıkacaktır.

- Bir serinin aritmetik ortalaması serinin toplam frekansı ile çarpılırsa serideki rakamların toplamı elde edilir. Yani yukarıdaki basit seride olmalıdır. $4(15) = 60$ 'dir. Sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serilerde ise olur. $\sum X_i = \sum f_i X_i$

GEOMETRİK ORTALAMA (G)

- Geometrik ortalama da aritmetik ortalama gibi serinin bütün birimlerine tabi bir ortalama çeşididir. Bu ortalama, serideki n tane birimin çarpımının n'inci dereceden kökü alınmak suretiyle hesaplanır. Seride sıfır veya negatif değer varsa geometrik ortalama hesaplanamaz. Geometrik ortalama, geometrik dizi şeklinde artış gösteren serileri en iyi temsil eden parametrik merkezî eğilim ölçüsüdür. Geometrik dizi bir sayının katlanarak değerler alması durumunda oluşan seridir. Mesela 2 değeri katlanarak değerler alırsa 2, 4, 8, 16, 32, ... serisi elde edilir.
- Basit serilerde geometrik ortalama, $G = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n}$ formülüyle hesaplanır. Bu formül seride çok sayıda rakam varsa pek elverişli değildir.
- Eşitliğin her iki tarafının logaritması alındığında, logaritması alınmış geometrik ortalama, $\log G = \frac{1}{n} [\log X_1 + \log X_2 + \dots + \log X_n]$ formülü ile hesaplanır. logG elde edildikten sonra her iki tarafın anti logaritması alınarak geometrik ortalama hesaplanır.
- Sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serilerde geometrik ortalama, $G = \sqrt[n]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot \dots \cdot X_n^{f_n}}$ formülüyle bulunur.
- Formül bu haliyle kullanılamaz. Her iki tarafın logaritması alındığında, $\log G = \frac{1}{\sum f_i} [f_1 \log X_1 + f_2 \log X_2 + \dots + f_n \log X_n]$ olur. logG bulunduktan sonra her iki tarafın anti logaritması alınarak geometrik ortalama bulunur.

Örnek 1-) Aşağıdaki basit serinin geometrik ortalamasını hesaplayalım. Bu seri daha önce aritmetik ortalamasının hesaplanışını göstermede kullanılmıştır.

X_i
10
12
18
20

Geometrik ortalamının hesaplanabilmesi için önce serideki rakamların logaritması alınır. X serisindeki değerlerin logaritmaları, $\log 10 = 1$, $\log 12 = 1.0792$, $\log 18 = 1.2553$, $\log 20 = 1.301$ 'dur. Serideki n = 4 değerlerin logaritma değerlerinin toplamı, $\sum_{i=1}^4 \log X_i = 4.6355$ 'tir. Bu değer logG formülünde yerine yazılırsa; $\log G = \frac{4.6355}{4} = 1.1589$ olarak elde edilir. Eşitliğin her i ki tarafının anti logaritması alınırsa serinin geometrik ortalaması, $G = 14.42$ olarak elde edilir. Hatırlanacağı üzere aynı serinin aritmetik ortalaması 15'tir. Aynı seriden hem aritmetik ortalama hem de geometrik ortalama elde edilirse $G < \bar{X}$ olduğu söylenecektir.

HARMONİK ORTALAMA (H)

Harmonik ortalama serideki birimlerin çarpmaya göre terslerinin aritmetik ortalamasının tersidir. Seride sıfır veya negatif birim bulunması hâlinde harmonik ortalama kullanılmaz.

- Basit serilerde harmonik ortalama, $H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}}$ formülüyle hesaplanır.

- Sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serilerde harmonik ortalama, $H = \frac{\sum f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{X_i}}$ formülüyle hesaplanır.

Örnek 1-) Aşağıdaki basit serinin harmonik ortalamasını hesaplayalım:

X_i
10
12
18
20

Harmonik ortalamanın hesaplanabilmesi için önce $1/X_i$ değerlerinin bulunması gerekir.

X_i	$1/X_i$
10	0,1000
12	0,0833
18	0,0556
20	0,0500

Daha sonra $1/X_i$ değerlerinin toplamı, $\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i} = 0,2889$ olarak elde edilir.

Bu değer formülde yerine yazılırsa basit serinin harmonik ortalaması,

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} = \frac{4}{0,2889} \approx 13,85$$

olarak elde edilir. Bu basit serinin aritmetik ortalaması 15 ve geometrik ortalaması 14.42 olarak

hesaplanmıştır. Harmonik ortalama parametrik merkezî eğilim ölçülerinin en küçüğü olarak elde edilir. Şimdiye kadarki parametrik merkezî eğilim ölçüleri arasında $H < G < \bar{X}$ şeklinde büyüklük ilişkisi vardır.

KARELİ ORTALAMA (K)

Kareli ortalama, serideki birimlerin karelerinin aritmetik ortalamasının kareköküdür.

- Basit serilerde kareli ortalama, $K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}}$ formülüyle hesaplanır.

Sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serilerde kareli ortalama, $K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i^2}{\sum f_i}}$ formülüyle hesaplanır.

Örnek 1-) Aşağıdaki basit serinin kareli ortalamasını hesaplayalım:

X_i
10
12
18
20

Basit serilerde kareli ortalama hesaplanırken önce serideki değerlerin kareleri hesaplanır.

X	X^2
10	100
12	144
18	324
20	400

Sonra kareli değerleri toplamı, $\sum_{i=1}^4 X_i^2 = 968$ olarak elde edilir. Daha sonra kareli değerlerin toplamı serideki değer sayısı olan 4'e bölündüğünde elde edilen değer karekökü alınarak kareli ortalama,

$$K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{968}{4}} = \sqrt{242} \approx 15,56$$

olarak elde edilir. Bu basit serinin aritmetik ortalaması 15, geometrik ortalaması 14.42 ve

harmonik ortalaması 13.85 olarak hesaplanmıştır. Kareli ortalama parametrik merkezî eğilim ölçülerinin en büyüğü olarak elde edilir. Parametrik merkezî eğilim ölçüleri arasında $H < G < \bar{X} < K$ şeklinde büyüklük ilişkisi vardır.

ÖZET:

- Serideki tüm verilerden etkilenen merkezî eğilim ölçüleri parametrik merkezî eğilim ölçüleri olarak adlandırılır.
- İstatistiksel çalışmalarda en fazla kullanılan ortalama türü aritmetik ortalamadır. Aritmetik ortalama, tüm veri dizisinin toplamı veri sayısına bölünmesiyle elde edilir.
- Geometrik ortalama n tane değer çarpımının n'inci dereceden kökü alınarak bulunur. Seride negatif bir değer veya sıfır varsa geometrik ortalama hesaplanamaz.
- Harmonik ortalama, gözlem sonuçlarının çarpma işlemine göre terslerinin, aritmetik ortalamasının tersidir. Geometrik ortalamada olduğu gibi seride sıfır veya negatif değer bulunduğu durumlarda harmonik ortalama bulunması mümkün değildir.
- Kareli ortalama sayısal olarak elde edilen verilerin karelerinin aritmetik ortalamasının karekökü alınarak hesaplanır.
- Parametrik merkezî eğilim ölçüleri arasında $H < G < \bar{X} < K$ şeklinde bir büyüklük ilişkisi vardır.

PARAMETRİK OLMAYAN MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

GİRİŞ

Parametrik merkezî eğilim ölçüleri serideki tüm verilerden elde edilirken parametrik olmayan merkezî eğilim ölçüleri serideki bazı verilerden elde edilmektedir. Bu tür ortalamalar serideki tek bir rakamın değişiminden ve aşırı uçlardan direkt etkilenmezler. Parametrik Olmayan Merkezî Eğilim Ölçüleri; olmak üzere üç grupta sınıflandırılırlar.

- Mod
- Medyan
- Kantiller

Ayrıca kantiller de kendi aralarında olmak üzere üç grupta incelenirler.

- Kartiller
- Desiller
- Pörsentiller

MOD

Herkesin çok iyi bildiği “moda” kelimesi moddan türetilmiş bir kelimedir. En yaygın kullanılan, en çok beğenilen, en yaygın gözlenen anlamına gelir. Mod, incelenen bir seride en fazla tekrar eden ya da başka bir ifadeyle frekansı en yüksek olan gözlem değeridir.

Bir seride birden fazla mod olabileceği gibi seride mod bulunmayabilir. Bu tür serilerde modun merkezî eğilim ölçüsü olarak değeri olmaz.

Mod, grafiksel olarak gösterildiğinde grafiğin tepe noktasında olduğundan **tepe değer** olarak da ifade edilebilir.

Örnek 1-) Bir iş yeri sahibi, personelinin çalışma saatlerini aşağıdaki gibi yazmıştır:

4 4 4 6 6 6 6 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 10 10 10 10

Bu seride en çok tekrar eden değer 8 olduğu için bu serinin modu 8’dir. Bu iş yerinde en yaygın çalışma süresi 8 saattir.

Örnek 2-) Bir sınıftaki öğrencilerin yaşlarına göre dağılımı aşağıdaki gibidir:

PUANLAR	FREKANS
19	10
20	40
21	100
22	30
23	20

Gruplandırılmış seride içerisinde en fazla değer bulunduran sınıf mod sınıfıdır. Mod sınıfı, içerisinde modu bulunduran sınıftır. Mod sınıfından modu bulurken aşağıdaki formül kullanılır.

$$Mod = L^1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_2 + \Delta_1} c$$

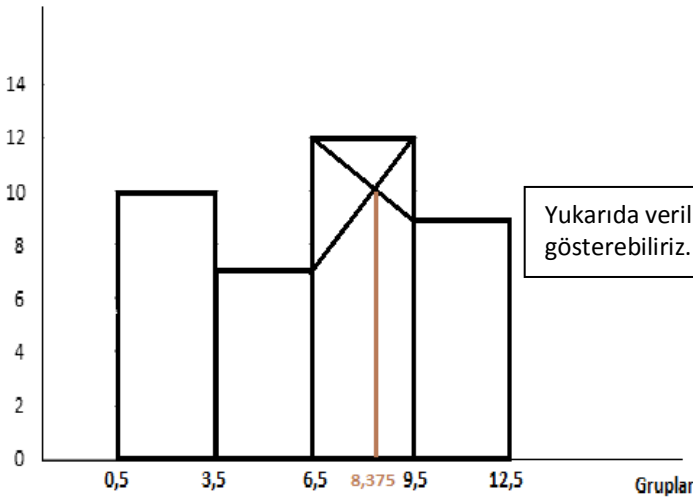
L^1 = Mod sınıfının alt sınırıdır.

Δ_1 = Mod sınıfının frekansı ile mod sınıfından bir önceki sınıfın frekansı arasındaki farktır.

Δ_2 = Serinin modunu barındıran grubun frekansı ile bir sonraki grubun frekansı arasındaki farktır.

Örnek 3-) Bir mezrada yaşayan kişilerin yaşlarına göre dağılımı aşağıdaki gibidir. Bu mezrada en çok hangi yaşta insan bulunmaktadır?

Frekanslar



GRUPLAR	FREKANSLAR
1-3	10
4-6	7
7-9	12
10-12	9

Yukarıda verilmiş olan gruplandırılmış kesikli serinin modunu grafikte aşağıdaki gibi gösterebiliriz. Grafikte de görüleceği gibi serinin modu 8.375’tir.

MEDYAN

Veriler büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralandığında serinin tam ortasına karşılık gelen değere medyan ya da ortanca denir.

Büyüklik sırasına göre sıralanmış basit bir serideki veri sayısı n olmak üzere;

n tek ise medyan $(n+1)/2$ ’inci değerdir. Örnek hacmi n çift ise medyan $n/2$ ’inci değer ile $(n/2)+1$ ’inci değer aritmetik ortalamasıdır.

Örnek 1-) Basit bir serideki değerler **2 2 3 5 5 7 8 10 12 16 16** şeklindedir. Bu serinin ortanca değerini bulalım:

Serideki değerler küçükten büyüğe doğru sıralandığı için serinin tam ortasındaki değer medyandır. Serisinde gözlem değerleri tek olduğu için

medyan $(n+1)/2$ ’inci değerdir. Yani medyan $(11+1)/2 = 6$ ’ncı değerdir. Küçükten büyüğe doğru altı değer saydığımızda altıncı değer olan 7

değeri bu serinin medyanıdır. Gruplandırılmış seriden de medyanın bulunabilmesi için öncelikle “...den az kümülatif frekans değerlerinin

bulunması gerekir. Kümülatif frekans serisinde $n/2$ ’inci değeri ilk kez içerisinde bulunduran sınıf medyan sınıfıdır. Medyanı içerisinde

bulunduran sınıf bulunduktan sonra tam olarak medyan değerini elde edebilmek için,

$$Medyan = L^1 + \frac{\frac{n}{2} - \sum f_{m-1}}{f_m} c$$

L^1 = Medyan sınıfının alt sınırı

n = Toplam frekans

$\sum f_m - 1$ = Medyan sınıfından bir önceki sınıfın kümülatif frekansı

f_m = Medyan sınıfının frekansı

c = Medyan sınıfının sınıf büyüklüğüdür.

Örnek 2-) Bir kursa katılan öğrencilerin yaşlarına göre dağılımı aşağıdaki gibidir. Bu kursa katılan öğrencilerin ortanca yaşı nedir?

Gruplar	Frekanslar	...den az küm. Frekanslar
6-8	5	5
8-10	15	20
10-12	55	75
12-14	25	100

Öncelikle medyanın hangi sınıfta olduğu tespit edilir. Serinin $n/2 = 100/2 = 50$ ' inci değeri medyandır. 50' inci değeri ilk kez içerisinde bulunduran kümü latif frekans değeri olan 75'in gösterdiği sınıf medyan sınıfıdır. Bu serinin medyanı 10 ile 12 arasındadır. Medyan sınıfının alt sınırı 10'dur. Medyan sınıfından bir önceki sınıfın kümü latif frekansı $\sum f_m - 1 = 20$ 'dir. Medyan sınıfının frekansı $f_m = 55$ 'tir. Medyan sınıfının sınıf büyüklüğü üst sınıf sınırı 12 ile alt sınıf sınırı 10 arasındaki farka eşittir. Yani $c = 12 - 10 = 2$ 'dir. Bilinen değerler medyan formülünde yerine yazıldığında gruplandırılmış serinin medyanı

Meydan = $10 + \frac{100-20}{55} \cdot 2 = 11,09$ olarak elde edilir. Bahse konu olan kursa katılan öğrencilerin ortanca yaşı yaklaşık olarak 11'dir.

KANTİLLER

Kantiller bir seriyi 4, 10 ve 100 eşit parçaya ayırarak bu serideki değerlerin, dörtte, onda ve yüzde ne kadarının belirli bir değere göre yerini saptamak için kullanılır.

Kartiller

Büyüklük sırasına dizilmiş bir serinin dört eşit parçaya bölünmesi sonucu üç kartil bulunur. Küçükten büyüğe doğru sıralanan seriyi dört parçaya bölebilmek için üç bölen gerekir. Birinci kartil Q1, ikinci kartil Q2 ve üçüncü kartil Q3 ile gösterilir. Her bir kartil aralığı yaklaşık serideki rakamların %25'ini kapsar.

Desiller

Büyüklük sırasına dizilmiş bir serinin on eşit parçaya bölünmesi için dokuz bölen gerekir. En küçük desil birinci desil, en büyük desil dokuzuncu desildir. Birinci desil D1, ikinci desil D2, ..., dokuzuncu desil D9 ile gösterilir. Her bir desil aralığı serideki rakamların yaklaşık %10'unu kapsar.

Pörsentiller

Büyüklük sırasına dizilmiş bir serinin yüz eşit parçaya bölünmesi için 99 bölen gerekir. En küçük pörsentil birinci pörsentil, en büyük pörsentil 99' uncu pörsentildir. Birinci pörsentil P1, ikinci pörsentil P2, ..., 99 uncu pörsentil P99 ile gösterilir. Her bir pörsentil aralığı serideki rakamların yaklaşık %1'ini kapsar. 50'inci pörsentil aynı zamanda serinin medyanıdır.

ÖZET:

- Serideki değerlerin bir kısmı dikkate alınarak hesaplanan merkezî eğilim ölçülerine parametrik olmayan merkezî eğilim ölçüleri denir.
- Nitel değişkenli serileri en iyi temsil eden merkezî eğilim ölçüleri parametrik olmayan merkezî eğilim ölçüleridir.
- Seride en çok tekrarlanan değere serinin modu denir.
- Serideki rakamlar büyüklük sırasına konulduğunda tam ortaya düşen değere medyan denir. medyan aynı zamanda seriyi ikiye bölen değerdir.
- Seriye bölen değerlere kantiller denir. Seriyi dört eşit parçaya bölen kantillere kartiller. Seriyi on eşit parçaya bölen kantillere desiller. Seriyi yüz eşit parçaya bölen kantillere pörsentiller denir.

İSTATİSTİĞE GİRİŞ

ÜNİTE 7

PARAMETRİK DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

GİRİŞ

Merkezî eğilim ölçüleri, istatistiksel serilerin incelenmesi ve karşılaştırılmasında tek başlarına her zaman yeterli olmayabilirler. Bu nedenle istatistiksel serilerin karşılaştırılmasında birimlerin merkezî eğilim etrafındaki dağılma durumunu da ortaya koymak gerekmektedir. Merkezî eğilim etrafındaki dağılma durumunu ortaya koymak amacıyla değişkenlik ölçülerinden yararlanılır. Bazı durumlarda istatistiksel serilerin ortalamaları birbirine eşit olsa da serilerin dağılımları birbirinden farklı olabilir. X ve Y iki farklı basit seriler olsun

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

formülü ile hesaplanır. Bu formül düzenlendiğinde varyans değerini daha kolay hesaplamamızı sağlayan,

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \right)^2$$

formül elde edilir.

Sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serilerde varyans aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum f_i} \quad \text{formülü elde edilir.}$$

bu formül düzenlendiğinde,

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{\sum f_i} \right)^2$$

Örnek -) Aşağıdaki gruplandırılmış serinin varyansını hesaplayınız.

Gruplar	f
1 - 3	2
3 - 5	3
5 - 7	5
7 - 9	7

Gruplandırılmış seride varyansın hesaplanabilmesi için gerekli hesaplamalar aşağıda verilmiştir. İlk olarak sınıf sınırları kullanılarak sınıf değerleri (X_i) elde edilir. Daha sonra yapılan işlemler sınıflandırılmış serideki varyans hesabı ile aynıdır. Bu serinin aritmetik ortalaması, $\bar{X} = 6$ 'dır. Varyansı elde etmek için gerekli işlemler aşağıdaki gibidir.

X_i	f_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$f_i(X_i - \bar{X})^2$
2	2	-4	16	32
4	3	-2	4	12
6	5	0	0	0
8	7	2	4	28

Böylece varyans değeri ,

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum f_i} = \frac{72}{17} = 4.24$$

STANDART SAPMA

Serideki gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan farklarının kareli ortalamasına standart sapma denilir. Standart sapma serideki gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan sapmalarını bir başka ifade ile ortalamadan uzaklıklarını ifade eden değişkenlik ölçüsüdür. Bir serideki gözlem değerleri için hesaplanan standart sapma değeri küçük olduğunda gözlem değerlerinin aritmetik ortalamaya daha yakın olduklarını aksi durumda ise uzak olduklarını ifade etmektedir. Bu durum en az iki istatistiksel seri karşılaştırıldığında daha iyi anlaşılabilir. Örneğin X serisinin standart sapma değerinin 1.79, Y serisinin standart sapma değerinin ise 2.06 olarak elde edildiğini farz edelim. Bu durumda iki seri değişkenlik bakımından karşılaştırılmak istenildiğinde Y serisindeki değişkenliğin X serisine göre daha fazla olduğu söylenir.

DEĞİŞİM KATSAYISI

Gerek standart sapma gerekse diğer değişkenlik ölçüleri, ölçü biriminden bağımsız değildirler. Bundan dolayı aynı seri farklı ölçü birimleriyle (mesela, kg yerine gram ile) ifade edildiğinde değişik standart sapma değerleri elde edileceği gibi, farklı ölçü birimleriyle ifade edilmiş iki ayrı serinin karşılaştırılması da yanıltıcı sonuçlar verecektir. Örneğin aşağıdaki X ve Y serilerini değişkenlik bakımından karşılaştıralım:

X	Y
3	3000
5	5000
7	7000
9	9000

olarak elde edilir. Her iki seri karşılaştırıldığında Y serisinin standart sapma değeri X serisinin standart sapma değerinden büyük olduğu için Y serisinde değişkenliğin daha fazla olduğu ifade edilir. Oysa X serisi kg cinsinden ve Y serisi ise gram cinsinden ifade edilirse gerçekte her iki serinin değişkenliğinin aynı olduğu görülecektir. İşte diğer değişkenlik ölçülerinin bu dezavantajını gidermek amacıyla değişim katsayısı geliştirilmiştir.

Her iki serinin aritmetik ortalama ve standart sapmaları hesaplandığında,

$$\bar{X} = 6 \quad \bar{Y} = 6000$$
$$s_x = 2.236 \quad s_y = 2236$$

Değişim katsayısı hesaplanırken mutlak dağılma yerine nispi dağılma esas alınmıştır. Değişim katsayısı yüzde olarak ifade edildiğinden dolayı ölçü biriminden bağımsızdır. Yani, değişim katsayısında standart sapma aritmetik ortalamanın yüzdesi olarak ifade edilir. Değişim katsayısı,

$$D.K. = \frac{s}{\bar{X}} 100$$

olarak elde edilir. Görüldüğü gibi her iki serinin değişim katsayıları aynı değere **sahiptir**.

Örnek -) Aritmetik ortalaması 8 ve standart sapması 3.09 olan serinin değişim katsayısını hesaplayınız. Değişim katsayısı,

formülüyle hesaplanır. Yukarıda verilen örneğin değişim katsayılarını hesaplayarak tekrar karşılaştıralım. X serisi için değişim katsayısı,

$$D.K. = \frac{s}{\bar{X}} 100 = \frac{2.236}{6} 100 = \%37.3$$

$$D.K. = \frac{3.09}{8} 100 = \%38.6$$

olarak elde edilir.

Y serisi için değişim katsayısı,

$$D.K. = \frac{s}{\bar{X}} 100 = \frac{2236}{6000} 100 = \%37.3$$

ÖRNEK:

Serideki değerlerin birbirinden ve merkezî eğilimden uzaklaşmalarına değişkenlik denir. Az çok her seride değişkenlik olabilir. Değişkenliğin fazla olması güvenilir istatistikler elde edilmesini etkiler. Bu sebeple serilerdeki değişkenliğin ölçülmesi gerekir. Serideki bütün değerlerin hesaba katılmasıyla elde edilen değişkenlik ölçülerine parametrik değişkenlik ölçüleri denir. Parametrik değişkenlik ölçüleri, aritmetik ortalama etrafındaki dağılımı ölçerler. Aritmetik ortalama mutlak sapmaları kullanan değişkenlik ölçüsü ortalama sapmadır. Aritmetik ortalama mutlak sapmaları kullanan değişkenlik ölçüleri ise varyans, standart sapma ve değişim kat sayısıdır. İçerisinde en fazla bilgi bulunduran ve seriler arasında karşılaştırma yapmada kullanılabilecek değişkenlik ölçüsü değişim kat sayısıdır.

İSTATİSTİĞE GİRİŞ

ÜNİTE 8

PARAMETRİK OLMAYAN DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ

DEĞİŞİM ARALIĞI

Değişim aralığı; serilerin değişkenliği hakkında yorum yapabilmek için kullanılabilecek en basit ve hesaplanması için uzun matematiksel işlemler gerektirmeyen bir ölçüdür. Aşırı uç değerlere sahip olmayan ve simetrik dağılımlarda değerlerin dağılım aralığını göstermesi bakımından kullanışlı bir ölçüdür. Değişim aralığı, serinin değişkenliği hakkında zaman kaybetmeden genel bir bilgi sağlaması açısından bir avantaj sağlamaktadır. Ancak değişim aralığının en büyük dezavantajı hesaplamalarda serideki bütün birimler hesaplamaya dâhil edilmeyip, sadece iki değerle hesaplanmasıdır.

Basit ve sınıflandırılmış serilerde değişim aralığı, serideki en büyük değerden en küçük değer çıkarılmasıyla elde edilir.

$$D.A = X_{\max} - X_{\min}$$

Basit ve sınıflandırılmış serilerde değişim aralığının nasıl hesaplanacağı aşağıdaki örneklerle izah edilecektir.

Örnek 1-) Aşağıdaki basit serinin değişim aralığını hesaplayınız.

X
20
22

Bu serideki en büyük değer 30 ve en küçük değer 20'dir. Böylece serinin Değişim Aralığı = 30 – 20 = 10 olarak hesaplanır.

26
30

Örnek 4-) Aşağıdaki gruplandırılmış serinin değişim aralığını hesaplayınız.

Gruplar	f
10 - 20	10
30 - 40	22
50 - 60	45
70 - 80	8

Birinci sınıfın üst ucu 20 ile ikinci sınıfın alt ucu 30 arasındaki mesafe 10 birimdir. Bu mesafeyi ikiye bölüp bütün sınıf alt uçlarından çıkarır, üst sınıf uçlarına eklediğimizde sınıf uçları sınıf sınırlarına dönüşür. Yukarıdaki kesikli gruplandırılmış seri aşağıdaki şekline dönüşür.

Gruplar	f
5 - 25	10
25-45	22
45-65	45
65-85	8

Bu gruplandırılmış serideki son sınıfın üst sınırı 85 ve ilk sınıfın alt sınırı 5'tir. Değişim Aralığı = $85 - 5 = 80$ olarak hesaplanır.

KARTİL ARALIĞI

Değişim aralığının hesaplanmasında sadece iki değer kullanılması nedeniyle, değişim aralığının aşırı uç değerlerin direkt etkisi altında olduğu daha önce ifade edilmişti. Değişim aralığının bu dezavantajını gidermek amacıyla kullanılan bir başka değişkenlik ölçüsü kartil aralığıdır. Basit ve sınıflandırılmış serilerde kartil aralığı hesaplanırken serinin üçüncü kartil değeri birinci kartil değerinden çıkarılarak elde edilir. Böylece kartil aralığı, $K.A. = Q_3 - Q_1$ şeklinde hesaplanır. Formülde Q_3 serinin üçüncü kartil değerini ifade ederken, Q_1 birinci kartil değerini göstermektedir. Basit ve sınıflandırılmış serilerde kartil aralığının nasıl hesaplanacağı aşağıdaki örneklerle izah edilecektir.

Örnek: 3, 5, 8, 9, 12, 15, 20 değerlerinden oluşan basit serinin kartil aralığını hesaplayınız.

Yukarıdaki serinin birinci kartili, $(N+1)/4 = (7+1)/4 = 2'$ inci değer olan 5 değeridir.

Yine söz konusu serinin üçüncü kartili, $3(N+1)/4 = 3(7+1)/4 = 6'$ inci değer olan 15 değeridir. Bu şekilde yukarıdaki serinin kartil aralığı, $K.A. = Q_3 - Q_1 = 15 - 5 = 10$ olarak elde edilir.

DESİL ARALIĞI

Değişim aralığının hesaplanmasında sadece iki değer kullanılması nedeniyle bundan daha iyi bir değişkenlik ölçüsü olarak kartil aralığından bahsedilmmişti. Ancak kartil aralığının hesaplanmasında en büyük %25'i ve en küçük %25'i oluşturan değerlerin büyüklükleri dikkate alınmamaktadır. Toplamda serideki değerlerin %50'si değerlendirmeye alınmamaktadır. Kartil aralığının bu dezavantajını ortadan kaldırmak için, değişkenlik ölçüsü olarak desil aralığı teklif edilebilir. Basit ve sınıflandırılmış serilerde desil aralığı hesaplanırken dokuzuncu desilden birinci desil çıkarılır. Böylece kartil aralığı,

$D.A. = D_9 - D_1$

şeklinde hesaplanır. Formülde D_9 serinin dokuzuncu desil değerini ifade ederken, D_1 birinci desil değerini göstermektedir. Basit ve sınıflandırılmış serilerde kartil aralığının nasıl hesaplanacağı aşağıdaki örneklerle izah edilecektir.

Örnek: 3, 5, 8, 9, 12, 15, 20 değerlerinden oluşan basit serinin kartil aralığını hesaplayınız.

Yukarıdaki serinin birinci desili, $(N+1)/10 = (7+1)/10 = 0.8'$ inci değer olan 3 değeridir.

Yine söz konusu serinin dokuzuncu desili, $9(N+1)/10 = 9(7+1)/10 = 7.2'$ inci değer olan 20 değeridir. Bu şekilde yukarıdaki serinin desil aralığı, $D.A. = D_9 - D_1 = 20 - 3 = 17$ olarak elde edilir.

PÖRSENTİL ARALIĞI

Serideki değişkenliği ölçmede kullanılabilecek bir başka ölçü pörsentil aralığıdır. Pörsentil aralığı en büyük pörsentil olan doksan dokuzuncu pörsentilden en küçük pörsentil olan birinci pörsentilin çıkarılması ile elde edilir. Pörsentil aralığının hesaplanmasında en büyük %1 ve en küçük %1'e isabet eden değerler dikkate alınmaz. Basit ve sınıflandırılmış serilerde pörsentil aralığı hesaplanırken serinin doksan dokuzuncu değerinden birinci pörsentil değeri çıkarılır. Böylece kartil aralığı,

$P.A. = P_{99} - P_1$ şeklinde hesaplanır. Gruplandırılmış serilerde pörsentil aralığının nasıl hesaplanacağı aşağıdaki örneklerle izah edilecektir.

ÖZET:

Serideki bir kısım değerlerden elde edilen değişkenlik ölçülerine parametrik olmayan değişkenlik ölçüleri denir. Parametrik olmayan değişkenlik ölçüleri, içerisinde nispeten daha az bilgi bulunduran ölçülerdir. Ancak hesaplanmaları kolay ve pratik olduğu için kullanılması tavsiye edilmektedir. Ancak güvenilirlikleri zayıftır. Değişim aralığı (ranj) serideki en büyük değerden en küçük değer çıkarılmasıyla elde edilir. Kartil aralığının hesaplanmasında aşırı uçta yer alan yaklaşık serideki rakmaların %50'si dikkate alınmaz. Desil aralığının hesaplanmasında her iki aşırı uçta yer alan yaklaşık serideki rakmaların %20'si dikkate alınmaz. Pörsentil aralığının hesaplanmasında ise her iki aşırı uçta yer alan yaklaşık serideki rakmaların %2'si dikkate alınmaz.

İSTATİSTİĞE GİRİŞ

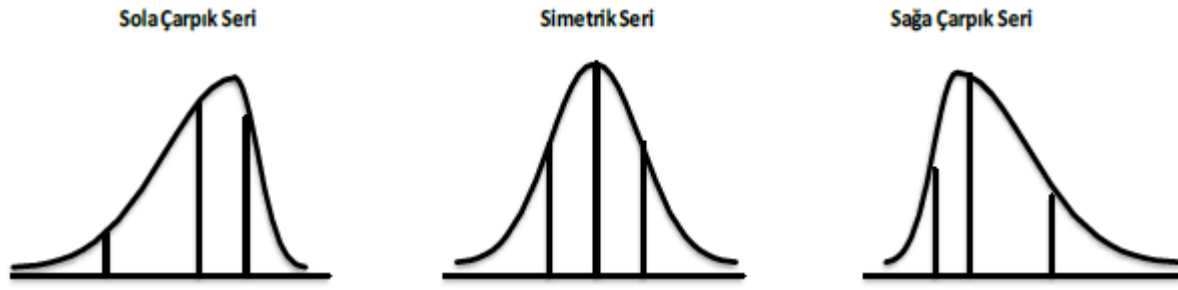
ÜNİTE 9

ŞEKİL ÖLÇÜLERİ

ÇARPIKLIK KATSAYILARI

Serilerin dağılma şekillerini belirlemek için asimetri ölçüleri adı verilen ölçüler hesaplanmaktadır. Asimetri ölçüleri yardımı ile serideki gözlem değerlerinin merkezî eğilim ölçüsü etrafında simetrik dağılıp dağılmadığı tespit edilebilir. Asimetri ölçüleri ile dağılma şekilleri belirlenecek serilerin bir kısmı belli bir değere göre simetrik dağılım göstermektedir. Bu tür serilere simetrik seriler adı verilmektedir. Dağılımı simetrik olmayıp belirli değerlerde yoğunlaşan serilere ise asimetrik seri adı verilmektedir. Asimetrik seriler dağılımın yoğunlaştığı değere göre sağa veya sola çarpık seriler olabilmektedir.

Çarpıklık kavramı, bir serinin simetriden ayrılmasıdır. Simetrik dağılım gösteren serilerde merkezî eğilim ölçüleri, dağılımın tam ortasında yer alır. Yukarıda ifade edildiği gibi serideki gözlem değerlerinin dağılımı her zaman simetrik olmaz. Uygulamada sağa veya sola çarpık serilerle de karşılaşmaktadır. Serideki asimetri, hesaplanan çarpıklık katsayılarına bakılarak tespit edilebilir. Çarpıklık katsayısı sıfıra eşit olduğunda serinin simetrik bir seri olduğu ifade edilir.



Şekil 1 incelendiğinde; simetrik dağılım gösteren serilerde merkezî eğilim ölçüleri dağılımın tam ortasında yer almaktadır. Bir başka ifade ile serideki gözlem değerlerinin %50'si merkezî eğilim ölçüsünden küçük ve %50'si merkezî eğilim ölçüsünden büyüktür. Sola çarpık serilerde gözlem değerlerinin çoğunluğu sağ tarafta dağılırken sağa çarpık serilerde gözlem değerlerinin çoğunluğu sol tarafta dağılmaktadır. Serilerde sağa veya sola çarpıklık kavramı; normal dağılım eğrisinin kuyruk kısmının sağa veya sola çarpık olması ile ilgilidir. Normal dağılım eğrisinin kuyruk kısmının sol tarafa doğru çarpık olması durumunda serinin sola çarpık, eğrinin kuyruk kısmının sağ tarafa doğru çarpık olması durumunda ise serinin sağa çarpık bir dağılım gösterdiği ifade edilir. Bir serinin çarpıklığını tespit etmek için çeşitli asimetri ölçüleri geliştirilmiştir. Bu ölçüler:

Pearson Çarpıklık Ölçüleri

İlk kez Karl Pearson (1895) tarafından ortaya konulan bu asimetri ölçüleri, merkezî eğilim ölçüleri arasındaki ilişkiye dayanmaktadır. Merkezî eğilim ölçüleri arasındaki ilişki; $\bar{X} - \text{Mod} \cong 3(\bar{X} - \text{Medyan})$ şeklinde ifade edilir. Bu ifadeden yola çıkan Pearson, eşitliğin her iki tarafındaki değerleri standart sapma değerine bölerek bu ifadeleri ölçü biriminden bağımsız hâle getirmiş ve daha sonra kendi adıyla anılan

iki asimetri ölçüsü geliştirmiştir. Bu asimetri ölçüleri aşağıda gösterilmiştir. Moda dayalı Pearson çarpıklık ölçüsü, $C_{\text{Mod}} = \frac{\bar{X} - \text{Mod}}{s}$ şeklinde

ifade edilir. Medyana dayalı Pearson çarpıklık ölçüsü ise, $C_{\text{Medyan}} = \frac{3(\bar{X} - \text{Medyan})}{s}$ formülü ile elde edilir. Simetrik serilerde, aritmetik ortalama, mod ve medyan değerleri birbirine eşittir. Bu sebeple dağılım simetrik olduğunda Pearson çarpıklık ölçüleri sıfıra eşit olur. Sağa çarpık serilerde $\bar{X} > \text{Medyan} > \text{Mod}$ ve sola çarpık serilerde ise $\bar{X} < \text{Medyan} < \text{Mod}$ olur. Bu sebeple Pearson çarpıklık ölçüleri sıfırdan büyük yani pozitif olduğunda dağılımın sağa çarpık ve negatif olduğunda ise dağılımın sola çarpık olduğu ifade edilir.

Örnek 1-) 1, 4, 5, 6, 7, 7, 7, 8, 9 değerlerinden oluşan basit serinin Pearson asimetri ölçülerini hesaplayarak, yorumlayınız.

Söz konusu sınıflandırılmış serinin aritmetik ortalaması, $\bar{X} = 6$ olarak hesaplanmıştır. Bu basit seride $s = 2.26$, $\text{Mod} = 7$ ve $\text{Medyan} = 7$ 'dir. Bu değerlere bağlı olarak moda ve medyana dayalı Pearson çarpıklık katsayıları,

$$C_{\text{Mod}} = \frac{\bar{X} - \text{Mod}}{s} = \frac{6 - 7}{2.26} = -0.44$$

$$C_{\text{Medyan}} = \frac{3(\bar{X} - \text{Medyan})}{s} = \frac{3(6 - 7)}{2.26} = -1.33$$

olarak hesaplanır. Her iki çarpıklık katsayısına göre de söz konusu basit serinin dağılımının sola çarpık olduğu söylenebilir. Böylece serideki gözlem değerlerinin çoğunluğunun aritmetik ortalamasının üzerinde dağıldığı, Ayrıca serinin dağılımı sola çarpık olduğundan $\bar{X} < \text{Medyan} < \text{Mod}$ olduğu da söylenebilir. Burada mod ve medyan değerleri birbirine eşit çıkmıştır.

Kartillere Dayalı Çarpıklık Ölçüsü

Kartiller küçükten büyüğe doğru sıralanan değerleri dört eşit parçaya bölen değerlerdir. Herhangi bir serinin çarpıklığının hesaplanmasında kullanılan bir ölçü de kartillere dayalı çarpıklık ölçüsüdür. Bilindiği üzere kartiller arasında aşağıda şu şekilde ilişkiler bulunmaktadır:

Simetrik serilerde: $(Q_3 - Q_2) = (Q_2 - Q_1)$

Sağa çarpık serilerde: $(Q_3 - Q_2) > (Q_2 - Q_1)$

Sola çarpık serilerde: $(Q_3 - Q_2) < (Q_2 - Q_1)$

Bu yaklaşımdan hareketle kartillere dayalı çarpıklık ölçüsü geliştirilmiştir. Söz konusu asimetri ölçüsü Bowley çarpıklık ölçüsü olarak da adlandırılmaktadır. Kartillere dayalı çarpıklık ölçüsü,

$$\zeta_Q = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

formülü yardımıyla hesaplanır. Kartillere dayalı çarpıklık ölçüsü Pearson

çarpıklık ölçüleri gibi yorumlanır. Yani çarpıklık ölçüsü sıfıra eşit olduğunda dağılımın simetrik olduğu, sıfırdan büyük yani pozitif olduğunda dağılımın sağa çarpık ve negatif olduğunda ise dağılımın sola çarpık olduğu ifade edilir.

Örnek 4-) 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 değerlerinden oluşan basit serinin kartillere dayalı asimetri ölçüsünü hesaplayarak yorumlayınız. Bu serinin birinci kartil değeri 16, ikinci kartil değeri 22 ve üçüncü kartil değeri 28'dir. Buna göre kartil çarpıklık değeri,

$$\zeta_Q = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{28 - 2(22) + 16}{28 - 16} = 0$$

olarak hesaplanır. Asimetri ölçüsü sıfıra eşit olduğundan, serinin dağılımının simetrik olduğu ifade edilir.

Momentlere Dayalı Çarpıklık Ölçüsü

Gerek Pearson çarpıklık ölçüleri, gerekse kartillere dayalı çarpıklık ölçüsü bir serinin asimetri durumu hakkında yaklaşık bir fikir vermektedir. Çarpıklığı daha duyarlı bir şekilde ölçebilmek amacıyla momentlere dayalı çarpıklık ölçüsü kullanılabilir. Momentlere dayalı çarpıklık ölçüsü ortalama etrafındaki üçüncü momentin standart sapmanın üçüncü kuvvetine bölünmesi ile elde edilmektedir. Momentlere dayalı çarpıklık

$$\alpha_3 = \frac{\mu_3}{s^3}$$

ölçüsü α_3 ile gösterilir ve $\frac{\mu_3}{s^3}$ formülü yardımıyla hesaplanmaktadır. Momentlere dayalı çarpıklık ölçüsü daha önce anlatılan çarpıklık ölçüleri gibi yorumlanmaktadır. Yani çarpıklık ölçüsü sıfıra eşit olduğunda dağılımın simetrik olduğu, sıfırdan büyük yani pozitif olduğunda dağılımın sağa çarpık ve negatif olduğunda ise dağılımın sola çarpık olduğu ifade edilir. Söz konusu ölçünün temelini momentler oluşturmaktadır. Bu nedenle öncelikle momentler hakkında bilgi verilecektir. Momentler, sıfır etrafındaki momentler ve aritmetik ortalama etrafındaki momentler olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Her iki moment çeşidinde sıfırdan veya aritmetik ortalamadan farkların derecesi

$$M_r = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^r}{n}$$

momentin derecesini belirlemektedir. Basit seride X_i değişkeninin sıfır etrafındaki r 'inci momentini, M_r formülüyle hesaplanırken;

$$M_r = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i^r}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serilerde sıfır etrafındaki r inci moment, M_r formülü ile hesaplanır. Sıfır etrafındaki birinci moment için $r=1$, ikinci moment için $r=2$ ve sıfır etrafındaki n 'inci moment için $r=n$ olarak alınır. Basit seride X değişkeninin aritmetik

$$\mu_r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^r}{n}$$

ortalama etrafındaki r 'inci momentini, μ_r formülüyle hesaplanırken; sınıflandırılmış veya gruplandırılmış bir serideki X

$$\mu_r = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (X_i - \bar{X})^r}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

değişkeninin aritmetik ortalama etrafındaki r 'inci momentini, μ_r formülü ile hesaplanır. Bir seride gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan sapmalarının toplamı sıfır olduğundan, ortalama etrafındaki birinci moment $\mu_1 = 0$ 'dır. Ortalama etrafındaki ikinci moment ise varyans değerini vermektedir. Şimdi basit, sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serilerde momentlere dayalı çarpıklık ölçüsünün hesaplanması birer örnekle izah edilecektir.

Örnek 7-) Aşağıdaki basit serinin momentlere dayalı asimetri ölçüsünü hesaplayarak yorumlayınız.

Bu serinin aritmetik ortalaması, $\bar{X} = 15$ 'tir. Momentlere dayalı asimetri ölçüsünü hesaplamak için ilk önce aritmetik ortalama etrafındaki üçüncü moment ile standart sapma hesaplanır. Bu hesaplamalar aşağıda verilmiştir:

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^3$
10	-5	25	-125
12	-3	9	-27
18	3	9	27
20	5	25	125

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^3$
10	-5	25	-125
12	-3	9	-27
18	3	9	27
20	5	25	125

Bu serinin aritmetik ortalaması, $\bar{X}=15$ 'tir. Momentlere dayalı asimetri ölçüsünü hesaplamak için ilk önce aritmetik ortalama etrafındaki üçüncü

X
10
12
18
20

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{n} = \frac{0}{4} = 0$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{68}{4}} = 4.12$$

Aritmetik ortalama etrafındaki üçüncü moment ile standart sapma hesaplandıktan sonra momentlere dayalı asimetri ölçüsü,

$$\alpha_3 = \frac{\mu_3}{s^3} = \frac{0}{(4.12)^3} = 0$$

olarak elde edilir. Momentlere dayalı asimetri ölçüsü

sıfıra eşit olduğundan dolayı serinin dağılımının simetrik olduğuna karar verilir.

Dolayısıyla serideki gözlem değerlerinin %50'si aritmetik ortalamadan küçük ve %50'si aritmetik ortalamadan büyüktür.

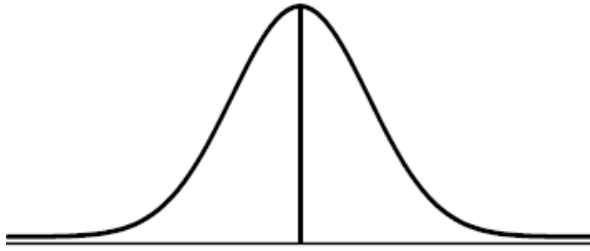
BASIKLIK ÖLÇÜSÜ

İstatistiki bir seride gözlem değerleri simetrik dağılmadıkları durumlarda merkezî eğilim ölçüsü etrafında bazen toplu hâlde bazen de yaygın olabilir. Serinin asimetri ölçüsünden farklı olarak basıklık kavramında, serideki gözlem değerlerinin belli bir aralıkta yoğunluğu veya seyrekliği ile ilgilenilir. Basıklık kavramı bir dağılımın diklik derecesinin ölçüsüdür. Bu konuda kullanılan en yaygın ölçü, momentlere dayalı basıklık ölçüsüdür.

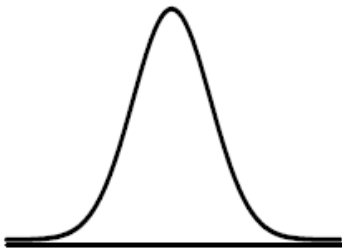
Momentlere dayalı basıklık ölçüsü, ortalama etrafındaki dördüncü momentin standart sapmanın dördüncü kuvvetine bölünmesiyle elde edilir. Böylece moment basıklık ölçüsü,

$\alpha_4 = \frac{\mu_4}{s^4}$ formülü ile hesaplanır. Momentlere dayalı basıklık ölçüsü normal dağılımın basıklık ölçüsü olan 3 değeri ile karşılaştırılır. Şayet $\alpha_4 = 3$ ise yüksekliğin normal olduğu söylenir. $\alpha_4 > 3$ olduğunda dağılımın normale göre dik, $\alpha_4 < 3$ olduğunda ise dağılımın normale göre basık olduğu ifade edilir. Bu durum aşağıda verilen Şekil 2'de daha iyi anlaşılacaktır.

Dağılımın Yüksekliği Normal



Dağılım Normale Göre Dik



Dağılım Normale Göre Basık



Şekil 1'de görüldüğü gibi yüksekliğin normal olması dağılımın simetrik olduğunu ifade etmektedir. Dağılımın normale göre daha basık olması, dağılımın değişkenliğinin fazla olduğunu gösterirken, dağılımın normale göre daha dik olması, serideki gözlem değerlerinin merkezî eğilim ölçüsü etrafında daha sık dağıldığını göstermektedir.

Örnek 10-) Aşağıdaki basit serinin momentlere dayalı basıklık ölçüsünü hesaplayarak yorumlayınız.

X

10

12

18

20

Bu serinin aritmetik ortalaması, $\bar{X}=15$ 'tir. Momentlere dayalı çarpıklık ölçüsünü hesaplamak için ilk önce aritmetik ortalama etrafındaki dördüncü moment ile standart sapma hesaplanır. Bu hesaplamalar aşağıda verilmiştir:

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^4$
10	-5	25	625
12	-3	9	81
18	3	9	81
20	5	25	625
60		68	1412

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{68}{4}} = 4.12$$

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{n} = \frac{1412}{4} = 353$$

Momentlere dayalı basıklık ölçüsü,

$$\alpha_4 = \frac{\mu_4}{s^4} = \frac{353}{(4.12)^4} = \frac{353}{288.13} = 1.23$$

olarak elde edilir. Basıklık ölçüsü $\alpha_4 = 1.23$ değeri 3 değerinden küçük olduğu için dağılımın normale göre basık olduğu ifade edilir.

İNDEKSLER

BASİT İNDEKSLER

Bir mal veya hizmetin fiyat, miktar veya kıymetindeki artış veya azalışı ifade eder.

Fiyat İndeksi: İndeksi hesaplanacak yılın fiyatı temel yılın fiyatına bölünerek 100 ile çarpılırsa basit fiyat indeksi elde edilir. İndeksi hesaplanacak dönemdeki fiyat p_n ve temel dönemdeki fiyat p_0 olmak üzere basit fiyat indeksi

$$I = \left(\frac{p_n}{p_0} \right) 100$$

formülüyle hesaplanır.

Örnek: Türkiye’de 2008 yılından 2011 yılına kadar olan dönemde yılsonları itibarıyla 24 ayar altının gram fiyatları aşağıdaki gibidir:

Yıllar	2008	2009	2010	2011
Altın Fiyatı (gr/₺)	42,2	52,9	70,4	95,4

2008 yılı fiyatı esas alınır, zaman serisindeki bütün fiyatlar 2008 yılı altın fiyatına bölünerek 100 ile çarpılır. 2008 yılı temel alındığında fiyat indeksleri,

Yıllar	2008	2009	2010	2011
Altın Fiyat İndeksi	100	125	167	226

şeklinde hesaplanır. Temel yıl indeksi 100 olarak kabul edildiği için 100’ün üzerindeki indeks sayıları artışları, 100’ün altındaki indeks sayıları ise azalışları ifade eder. Buna göre 2008 yılı temel yıl kabul edilirse Türkiye’de altının gram fiyatı 2009 yılında %25 artmıştır. Yine temel yıl 2008 olduğunda Türkiye’de altının gram fiyatı 2011 yılında %126 artmıştır.

Miktar İndeksi: İndeksi hesaplanacak yıldaki miktar temel yıldaki miktara bölünerek 100 ile çarpılırsa basit miktar indeksi hesaplanır. İndeksi hesaplanacak dönemdeki miktar q_n ve temel dönemdeki miktar q_0 olmak üzere basit miktar indeksi,

$$I = \left(\frac{q_n}{q_0} \right) 100$$

formülü ile hesaplanır.

Örnek: Bir otomobil fabrikasının son 4 yılda ürettiği araba sayısı aşağıdaki gibidir.

Yıllar	2008	2009	2010	2011
Oto Adedi	2450	2550	3500	4000

2008 yılındaki üretim miktarını esas aldığımızda diğer yıllara ait miktar

indeksleri aşağıdaki gibi olur:

Yıllar	2008	2009	2010	2011
Otomobil Miktar İndeksi	100	104	143	163

2008 yılında üretilen araba miktarına göre 2009’da %4,

2010’da %43 ve 2011’de %63 oranında üretim artışı olduğunu söyleyebiliriz.

Kıymet İndeksi: Bir mal veya hizmetin kıymeti, fiyat ve miktarının çarpımıyla elde edilir. Kıymet indeksi,

$$I = \left(\frac{p_n q_n}{p_0 q_0} \right) 100$$

formülüyle hesaplanır.

Örnek: Bir otomobil fabrikasında üretilen belirli bir tip otomobilin yıllar itibarıyla üretim miktarları ve fiyatları aşağıdaki gibidir. Üretim miktarları ile otomobilin birim fiyatları çarpılarak kıymet serisi oluşturulur.

. 2008 yılı esas alındığında her yılın kıymeti 2008 yılındaki kıymete bölünerek 100 ile çarpıldığında kıymet indeksleri aşağıdaki gibi bulunur.

Yıllar	2008	2009	2010	2011
Kıymet İndeksi	100	110	128	182

2008 yılı esas alındığında söz konusu otomobil fabrikasında üretilen otomobillerin kıymeti 2009 yılında %10, 2010’da %28 ve 2011’de %82 artmıştır.

Zincirleme İndeksi: Bir zaman serisinde zincirleme fiyat, miktar veya kıymet indeksini hesaplarlarken indeksi hesaplanacak yıldaki fiyat, miktar veya kıymeti bir önceki dönemin fiyat, miktar veya kıymetine bölerek 100 ile çarpılır.

Örnek: Türkiye’de 2008 yılından 2011 yılına kadar olan dönemde yılsonları itibarıyla 24 ayar altının gram fiyatı aşağıdaki gibidir.

Yıllar	2008	2009	2010	2011
Altın Fiyatı (gr/₺)	42,2	52,9	70,4	95,4

Her yılın altın fiyatı kendisinden bir önceki yılın fiyatına bölünüp 100 ile çarpıldığında zincirleme fiyat indeksi,

Yıllar	2009	2010	2011
Zincirleme Fiyat İndeksi	125	133	136

şeklinde hesaplanır. Buna göre 2009 yılındaki altın fiyatı 2008’e göre %25 artmışken, 2010 yılındaki altın fiyatı 2009’a göre %33 ve 2011 yılındaki altın fiyatı ise 2010’a göre %36 artmıştır.

BİLEŞİK İNDEKSLER

Birden fazla mal veya hizmet kaleminin fiyat, miktar veya kıymetindeki değişmeyi incelemek istediğimizde bileşik indekslerden yararlanırız.

Tartısız İndeksler

• Toplam fiyat indeksi

Birden fazla mal veya hizmet kaleminin fiyatındaki nispi değişimi incelemek istediğimizde bu indeksi kullanırız. Tartısız toplam fiyat indeksi,

$$I = \left(\frac{\sum p_n}{\sum p_0} \right) 100$$

formülü ile hesaplanır. Yani, indeksi hesaplanacak dönemdeki mal veya hizmet fiyatlarının toplamı, temel dönemdeki mal veya hizmet fiyatları toplamına bölünerek 100 ile çarpılır.

Örnek: Beş yağ çeşidinin yıllık ortalama fiyatları (TL) aşağıdaki gibidir. Bu verilere dayanarak yağ için toplam fiyat indeksini hesaplayalım.

Yağın Türü	2008	2009	2010	2011
Tereyağı	7,30	8,57	9,35	10,23
Ayçiçek yağı	4,42	4,88	5,68	7,24
Zeytinyağı	5,55	6,43	7,74	8,34
Yemeklik Margarin	3,35	3,84	4,87	5,57
Kahvaltılık Margarin	4,23	4,44	5,15	5,40
Toplam	24,85	28,16	32,79	36,78

2008 yılı esas alındığında diğer yılların toplam yağ fiyatları 2008 yılı toplam yağ fiyatına bölünerek 100 ile çarpılır ve toplam yağ fiyatları indeksi aşağıdaki gibi hesaplanır:

Yıllar	2008	2009	2010	2011
Toplam Yağ Fiyatları İndeksi	100	113	132	148

$$I = \left(\frac{\sum q_n}{\sum q_0} \right) 100$$

formülü yardımıyla hesaplanır. Yani, indeksi hesaplanacak dönemdeki mal veya hizmet miktarlarının toplamı, temel dönemdeki mal veya hizmet miktarları toplamına bölünerek 100 ile çarpılır.

b) Toplam Miktar İndeksi: Birden fazla mal veya hizmet kaleminin miktarındaki nispi değişimi incelemek istediğimizde bu indeks kullanılır. Tartısız toplam miktar indeksi,

Araç Türü	2008	2009	2010	2011
Kamyon	12.766	11.581	16.679	16.906
Kamyonet	7.282	7.464	10.355	13.061
Otomobil	120.796	118.095	166.222	195.599
Otobüs	1.042	931	1.663	1.017
Minibüs ve Midibüs	7.868	7.915	12.668	14.567
Traktör	31.327	19.602	30.739	21.964
Toplam	181.081	165.588	238.326	263.114

1988 yılında üretilen toplam motorlu araç sayısı esas alındığında diğer yıllarda üretilen toplam motorlu araç sayıları 1988 yılı değerine bölünerek 100 ile çarpılır ve toplam motorlu araç miktar indeksleri,

1988 yılında üretilen toplam motorlu araç sayısı esas alındığında diğer yıllarda üretilen toplam motorlu araç sayıları 1988 yılı değerine bölünerek 100 ile çarpılır ve toplam motorlu araç miktar indeksleri,

Yıllar	2008	2009	2010	2011
Motorlu Araçlar Miktar İndeksi	100	91	132	145

şeklinde elde edilir. 100'ün altındaki indeks sayıları azalışları ifade eder.

2009 yılı motorlu taşıt sayısı 2008 yılına göre %9 azalmıştır. Bununla birlikte 2008 yılına göre 2010 yılı motorlu taşıt sayısı %32 ve 2011 yılı motorlu taşıt sayısı %45 artmıştır.

• Kıymet indeksi

Birden fazla mal veya hizmet kaleminin kıymetindeki nispi değişimi incelemek istediğimizde bu indeksi kullanırız. Kıymet indeksi,

$$I = \left(\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0} \right) 100$$

formülü ile hesaplanır. Yani, indeksi hesaplanacak dönemdeki mal veya hizmet kıymetleri toplamı, temel dönemdeki mal veya hizmet kıymetleri toplamına bölünerek 100 ile çarpılır.

Örnek: 2008-2011 yılları itibarıyla bir ülkedeki arpa, buğday, çavdar üretim miktarları (ton) ve satış fiyatları (1.000 ") aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

	2008		2009		2010		2011	
Mallar	Fiyat	Miktar	Fiyat	Miktar	Fiyat	Miktar	Fiyat	Miktar
Arpa	18.3	64.0	22.3	60.3	24.2	62.2	25.3	63.1
Buğday	24.0	75.0	28.7	88.7	32.0	91.0	38.7	94.4
Çavdar	9.8	12.1	11.4	14.4	13.9	17.1	14.4	18.3

2008 yılı temel alınarak 2009, 2010 ve 2011 yıllarına ait kıymet indeksi hesaplanırken,

2008 yılı fiyatı, p_0 , 2009, 2010 ve 2011 yılları fiyatları, p_n ,

2008 yılı miktarı, q_0 , 2009, 2010 ve 2011 yılları miktarları, q_n

ile gösterilir. 2008 yılı temel yıl olarak kabul edilirse

2009 yılına ait kıymet indeksi,

$$I_{2009} = \left(\frac{22.3(60.3) + 28.7(88.7) + 11.4(14.4)}{18.3(64) + 24(75) + 9.8(12.1)} \right) 100 = 131$$

olarak hesaplanır. Belirtilen üç tahıl cinsinin toplam değeri 2008'e göre 2009 yılında %31 artmıştır. Benzer şekilde 2008 yılı temel yıl olarak kabul edilirse 2010 ve 2011 yıllarına ait kıymet indeksi,

$$I_{2010} = \left(\frac{24.2(62.2) + 32(91) + 13.9(17.1)}{18.3(64) + 24(75) + 9.8(12.1)} \right) 100 = 151$$

olarak hesaplanır. 2008 yılı temel yıl olarak kabul edildiğinde belirtilen tahıl ürünlerinin kıymeti 2010 yılında %51 ve 2011 yılda %78 artış göstermiştir.

$$I_{2011} = \left(\frac{25.3(63.1) + 38.7(94.4) + 14.4(18.3)}{18.3(64) + 24(75) + 9.8(12.1)} \right) 100 = 178$$

TARTILI İNDEKSLER

Fiyat indeksleri hesaplanırken miktarlar, miktar indeksleri hesaplanırken fiyatlar tartı olarak kullanılır.

Tartılı Fiyat İndeksleri

- Laspeyres fiyat indeksi**

Bir mal veya hizmet grubuna ilişkin fiyat indeksini hesaplariken, temel dönem miktarlarını tartı olarak alırsak Laspeyres fiyat indeksini elde ederiz. Bu indeksi,

$$I = \left(\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} \right) 100$$

formülü yardımıyla hesaplarız.

Örnek: Kıymet indeksi konusunda verilen örneğe dönelim. 2008 yılını temel alarak 2009, 2010 ve 2011 yıllarına ait Laspeyres fiyat indeksini,

$$I_{2009} = \left(\frac{22.3(64) + 28.7(75) + 11.4(12.1)}{18.3(64) + 24(75) + 9.8(12.1)} \right) 100 = 120$$

olarak hesaplarız. Belirtilen üç tahıl cinsinin fiyatları 2008 yılına göre 2009'da %20, 2010'da %33 ve 2011'de %52 nispetinde artmıştır.

$$I_{2010} = \left(\frac{24.2(64) + 32(75) + 13.9(12.1)}{18.3(64) + 24(75) + 9.8(12.1)} \right) 100 = 133$$

$$I_{2011} = \left(\frac{25.3(64) + 38.7(75) + 14.4(12.1)}{18.3(64) + 24(75) + 9.8(12.1)} \right) 100 = 152$$

- Paasche fiyat indeksi**

Bir mal veya hizmet grubuna ilişkin fiyat in-deksini hesaplariken, indeksi hesaplanacak dönemdeki miktarları tartı olarak kul-lanırsak Paasche fiyat indeksini elde ederiz. Paasche fiyat indeksinin formülü,

$$I = \left(\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} \right) 100$$

şeklinde dir.

Örnek: Kıymet indeksi konusunda verilen örneğin verilerine tekrar göz atalım. 2008 yılını temel alarak 2009, 2010 ve 2011 yıllarına ait Paasche miktar indeksini, olarak hesaplarız. Belirtilen üç tahıl cinsinin miktarları 2008 yılına göre 2009'da %9, 2010'da %13 ve 2011'de %17 nispetinde artmıştır.

$$I_{2009} = \left(\frac{60.3(22.3) + 88.7(28.7) + 14.4(11.4)}{64(22.3) + 75(28.7) + 12.1(11.4)} \right) 100 = 109$$

$$I_{2010} = \left(\frac{62.2(24.2) + 91(32) + 17.1(13.9)}{64(24.2) + 75(32) + 12.1(13.9)} \right) 100 = 113$$

$$I_{2011} = \left(\frac{63.1(25.3) + 94.4(38.7) + 18.3(14.4)}{64(25.3) + 75(38.7) + 12.1(14.4)} \right) 100 = 117$$

Fisher'in ideal miktar indeksi

Bu indeks, Laspeyres miktar indeksi ile Paasche miktar indekslerinin geometrik ortalamasıdır. Fisher'in ideal miktar indeksi,

$$I = \sqrt{\left(\frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0} \right) \left(\frac{\sum q_n p_n}{\sum q_0 p_n} \right)} 100$$

formülü ile hesaplanır.

Örnek: Kıymet indeksi konusunda verilen örneğin verilerine bakalım. 2008 yılını temel aldığımızda 2009, 2010 ve 2011 yıllarına ait Paasche ve Laspeyres miktar indeksleri,

İndeksler	2009	2010	2011
Paasche Miktar İndeksi	109	113	117
Laspeyres Miktar İndeksi	109	113	117

şeklinde hesaplanmıştı. Her yılın Laspeyres ve Paasche miktar indeksleri çarpılıp karekökü alınırsa 2009 yılı ideal miktar indeksi 109, 2010 yılı ideal miktar indeksi 113 ve 2011 yılı ideal miktar indeksi 117 olarak hesaplanır. Bu sonuçlara göre 2008 yılı temel alındığında belirtilen üç tahıl cinsinin miktarları 2009'da %9, 2010'da %13 ve 2011'de %17 nispetinde artmıştır.

MEKÂN İNDEKSLERİ

Bir mal veya hizmete ait fiyat, miktar veya kıymetin yerleşim merkezleri itibarıyla gösterdiği nispi değişimi ortaya koymak için hazırlanan indekslere mekân indeksleri denir. Mekân indeksinin hesaplanmasında ilk safha, ilgili mekânlardaki ölçüm değerlerinin ortalamasını bulmaktır. Daha sonra, yerleşim merkezlerindeki fiyat, miktar veya kıymet ölçümleri bu ortalamaaya bölünerek 100 ile çarpılır. Mekân indeksleri,

$$I = \left(\frac{X_i}{\bar{X}} \right) 100$$

formülü yardımıyla elde edilir. Formüldeki X_i indeksi hesaplanacak mekâna ait fiyat, miktar veya kıymeti ifade eder.

Örnek: 2011 yılında altı ilimizde meydana gelen maddi hasarlı trafik kazası sayıları aşağıdaki gibidir.

İller	Trafik Kazası
İstanbul	321.635
Ankara	99.725
İzmir	72.998
Bursa	44.173
Adana	19.965
Erzurum	6.327
Toplam	564.823

Beş ildeki toplam trafik kazası sayısını il sayısına böldüğümüzde; ortalama maddi hasarlı trafik kazası sayısı, 94.137 olarak bulunur. İllerde meydana gelen trafik kazası sayıları bu ortalamaaya bölünerek 100 ile çarpılırsa, illerin trafik kazası indeksleri,

şeklinde hesaplanır. Bu sonuçlara göre İstanbul'daki maddi hasarlı trafik kazası sayısı verilen illerin ortalamasından %242 daha fazladır. Erzurum'da meydana gelen maddi hasarlı trafik kazası sayısı ise verilen illerin ortalamasından %93 daha azdır.

ÖZET:

•İndeksler zaman serilerinde temel yıla, mekân serilerinde ise ortalama değere göre üzerinde durulan dönemin veya mekânın değerdeki yüzde değişimi gösterir. Bu ünite okunduğunda tek bir malın, hizmetin veya bir iktisadi göstergenin fiyat, miktar veya değerindeki yüzde değişim hesaplanabileceği gibi birden fazla mal veya hizmetin veya iktisadi göstergenin fiyat, miktar veya değerindeki yüzde değişim de hesaplanabilir.